

## LICEU

### Clasa a IX-a

**S:L21.128.** Fie șirul  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ ,  $a_n > 1$  oricare ar fi  $n \in \mathbb{N}$ . Știind că  $2(a_n + a_{n+1}) = a_n^2 + a_{n+1}^2 + 1$ , arătați că șirul este periodic.

\* \* \*

### Clasa a X-a

**S:L21.139.** Arătați că  $[\log_2 x - \log_2[x]] = [\log_2 x] - [\log_2[x]]$ , unde  $[\cdot]$  reprezintă partea întreagă a unui număr.

\* \* \*

### Clasa a XI-a

**S:L21.146.** Aflați numărul de soluții reale ale ecuației  $2^x = x^2$ .

\* \* \*

### Clasa a XII-a

**S:L21.159.** Fie  $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  o funcție derivabilă de două ori, cu proprietățile  $f'(1) = 2$  și  $f''(x)f'(x) + x + e^{x-1} \leq 4$ , oricare ar fi  $x \in [0, 1]$ .

Arătați că  $\int_0^1 (f'(x))^2 dx \geq \frac{2}{3} + \frac{2}{e}$ .

*Traian Tămâian, Carei*