

LICEU

Clasa a IX-a

S:L20.88. Să se afle $x \in \mathbb{R}$ astfel încât $x^2 - [x] + \{x\} - 1 < 0$, unde $[a]$ reprezintă partea întreagă a lui a , iar $\{a\}$ reprezintă partea fracționară a lui a .

Vlad Mihai Ciuperceanu, Craiova

Clasa a X-a

S:L20.100. Două dintre vârfurile unui triunghi echilateral se mișcă în interiorul a două pătrate disjuncte, de latură $a > 0$. Ce figură descrie al treilea vârf?

G. Rene, București

Clasa a XI-a

S:L20.101. Fie numărul natural $n \geq 2$ și matricele $A, B \in M_n(\mathbb{R})$.

a) Dacă $A^2 + B^2 - AB + I_n = A + B$, atunci $\det(AB - BA) = 0$ sau n se divide prin 3.

b) Dacă $AB = BA$ și $A^2 + B^2 - AB + I_n = O_n$, să se arate că $(-1)^n \det(A + B) \geq 0$.

Nicolae Papacu, Slobozia

Clasa a XII-a

S:L20.112. Fie $(A, +, \cdot)$ un inel care are proprietatea că $x^3 - 4x^2 + x = 0$, oricare ar fi $x \in A$.

a) Dați exemplu de un astfel de inel.

b) Arătați că $x + x = 0$, oricare $x \in A$.

c) Arătați că inelul $(A, +, \cdot)$ este comutativ.

Lucian Tuțescu și Mihaela Stăncele, Craiova