

LICEU

Clasa a IX-a

S:L20.45. Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ o funcție pară al cărei grafic este simetric față de punctele $A(a, b)$ și $B(c, d)$, unde $a \neq c$. Arătați că funcția este periodică și $b = d$.

Petru Todor, Sebeș

Clasa a X-a

S:L20.57. Găsiți cel mai mare element al mulțimii $\{x_1, x_2, \dots, x_{2020}\}$, unde $x_n = 2^n (\sqrt[2^n]{3} - 1)$.

* * *

Clasa a XI-a

S:L20.61. Fie $(x_n)_{n \geq 1}$ un șir de numere reale pozitive cu proprietatea că pentru orice $n \geq 1$, avem

$$x_n + \frac{n}{x_{n+1}^2} \leq x_{n+1} \leq \frac{x_{n-1}^2}{x_n} + \frac{n+1}{x_n^2}.$$

Arătați că șirul definit prin $y_n = \frac{x_n}{\sqrt[3]{n^2}}$ este convergent și calculați limita acestuia.

G. Rene

Clasa a XII-a

S:L20.80. Arătați că mulțimea $A = \{m^2 + mn + 5n^2 | m, n \in \mathbb{Z}\}$ are o structură de monoid față de înmulțire.

* * *