

## LICEU

### Clasa a IX-a

**S:L19.290.** Pentru  $a \in \mathbb{N}^* \setminus \{1\}$  notăm cu  $M_a$  mulțimea numerelor naturale care au cel mai mare divizor propriu pe  $a$ . Să se arate că există o infinitate de perechi  $(a, b)$  astfel încât  $\text{card}(M_{a+b}) = \text{card}(M_a) + \text{card}(M_b)$ .

*Felician Preda, Craiova*

### Clasa a X-a

**S:L19.300.** Arătați că ecuația:

$$\ln\{x\} + \ln[x] = x,$$

nu are soluții în mulțimea numerelor reale strict pozitive nenaturale.

Am notat cu  $\{x\}$  partea fracționară a lui  $x$ , iar cu  $[x]$  partea sa întregă.

*Răzvan Drăghici, student, Germania*

### Clasa a XI-a

**S:L19.308.** Fie  $A \in M_3(\mathbb{R})$  o matrice care are cinci elemente egale cu 1 și celelalte patru elemente egale cu  $-1$ . Care este probabilitatea ca determinantul matricei să fie strict pozitiv?

*Răzvan Drăghici, student, Germania*

### Clasa a XII-a

**S:L19.315.** Fie  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  o funcție derivabilă cu proprietatea că există  $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$  astfel încât  $f(a) = 0$  și pentru orice  $b \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$  avem

$$\int_0^b f(t) dt \geq 0.$$

Demonstrați că funcția  $f$  nu este strict crescătoare pe  $\mathbb{R}$ .

*Ionuț Ivănescu, Craiova*