

LICEU

Clasa a IX-a

S:L18.1. Se consideră unghiul $\sphericalangle DAE$ înscris în cercul de centru O . Se duc tangentele în D și E care intersectează tangenta în A în B respectiv C . Prin O se duce o dreaptă variabilă care taie dreptele AD și AE în punctele F respectiv G . Aflați locul geometric al punctului M de intersecție a dreptelor BF și GC .

N. G. Muzicescu, 1898

S:L18.9. Să se rezolve în numere întregi ecuația $x^3 + y^3 + 1 = 3xy$.

Lt. I. Linteș, 1918

Clasa a X-a

S:L18.17. Aflați valoarea produsului

$$(1 - 3\operatorname{tg}^2 a)(1 - 3\operatorname{tg}^2 2a)(1 - 3\operatorname{tg}^2 4a) \cdots (1 - 3\operatorname{tg}^2 2^{n-1} a).$$

E. G. Nițescu, 1898

S:L18.19. Triunghiul ABC are afixele vârfurilor numerele complexe z_1, z_2, z_3 . Demonstrați că:

i) Triunghiul $A'B'C'$ cu afixele vârfurilor $z_1 + z_2, z_2 + z_3, z_3 + z_1$ este simetricul triunghiului ABC față de un punct P , al cărui afix trebuie determinat;

ii) Triunghiul $A_1B_1C_1$ cu vârfurile de afixe z_1z_2, z_2z_3, z_3z_1 are perimetrul dat de relația $P_1 = |z_1|BC + |z_2|CA + |z_3|AB$.

Gh. Popescu, Lugoj, 1958

Clasa a XI-a

S:L18.24. Într-o școală sunt n clase cu k_i elevi, $i = 1, 2, \dots, n$. Se alege câte un comitet format din p_i părinți pentru fiecare clasă. Președintele fiecărui comitet intră în comitetul pe școală.

Câte posibilități de formare a comitetului pe școală există?

Ș. Bărcănescu, 1968

S:L18.30. Fie $f : (0, 1) \rightarrow \mathbb{R}$ o funcție derivabilă cu proprietatea că limitele lui f la capetele intervalului există și sunt egale. Arătați că f' nu poate avea semn constant.

Gh. Sirețchi, 1978

Clasa a XII-a

S:L18.31. Se consideră o ecuație polinomială cu coeficienți reali de gradul IV având două rădăcini complexe nereale, iar una dintre rădăcinile reale este egală cu partea reală a rădăcinilor imaginare. Arătați că ecuația derivată nu are toate rădăcinile reale.

T. Lalescu, 1908

S:L18.33. Fie α un număr irațional. Arătați că oricare ar fi numărul natural n , există două polinoame de grad n , P_n, Q_n, P_n cu coeficienți raționali iar Q_n cu coeficienți iraționali, astfel că $P_n(\alpha)$ este număr irațional și $Q_n(\alpha)$ număr rațional.

Marcel Ţena, 1978