

LICEU

Clasa a IX-a

S:L17.215. Care este probabilitatea ca, alegând la întâmplare un număr de 4 cifre, acesta să fie divizibil cu 36?

* * *

S:L17.218. În interiorul muchiilor AA' , BB' , CC' și DD' , ale unui cub $ABCD A' B' C' D'$, cu notațiile standard, se consideră punctele A_1, B_1, C_1 , respectiv D_1 , care împart aceste segmente în rapoartele α, β, γ , respectiv δ . În ce condiții punctele A_1, B_1, C_1 și D_1 sunt coplanare?

* * *

Clasa a X-a

S:L17.222. Determinați numerele complexe z , pentru care $|z - 1| = 1$ și $|2z - 2 + i| = 1$.

* * *

S:L17.225. Aflați toate funcțiile $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, care verifică următoarele condiții:

$$f(x + 4) + 2g(2x + 7) = \frac{x + 3}{2}, \quad f\left(\frac{x + 3}{2}\right) + g(x + 2) = x + 6,$$

pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

Olimpiadă Republica Moldova

Clasa a XI-a

S:L17.232. Fie șirul $(a_n)_n$, definit recurent prin

$$a_1 = 1 \text{ și } a_{n+1} = a_n + \frac{n}{a_n^3},$$

pentru orice $n \geq 1$. Arătați că $a_n > \sqrt[4]{2n^2 - 2n + 1}$, pentru orice $n \geq 1$.

G. Rene, București

S:L17.237. Arătați că, pentru orice număr complex z , are loc inegalitatea

$$|z|^2 + 2|z - 1| \geq 1.$$

Olimpiadă Irlanda

Clasa a XII-a

S:L17.242. Aflați toate funcțiile continue $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, care satisfac relația $f(x) = 5f(5x) - 5x$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

Olimpiadă Republica Moldova

S:L17.249. Arătați că $8 \cos^2 x \cdot (1 - \operatorname{ctg} x) < 1$, pentru orice $x \in \left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right]$.

Olimpiadă Republica Moldova