

LICEU

Clasa a IX-a

S:L17.98. Cei nouă termeni ai unei progresii aritmetice a_1, a_2, \dots, a_9 sunt așezați astfel: trei în vârfurile unui triunghi iar ceilalți șase, câte doi pe fiecare latură astfel încât suma celor patru termeni de pe fiecare latură să fie egală cu a_5 . Arătați că a_5 este așezat într-unul dintre vârfurile triunghiului.

Rică Zamfir, București

S:L17.100. Rezolvați ecuația $||x^2 - 1| - 1| - 1| = x$, folosind metoda grafică.

Roxana Goga, București

Clasa a X-a

S:L17.101. Rezolvați ecuația $\sqrt{x} + \sqrt[5]{x} = \sqrt[9]{x + 511}$.

Ion Tiotioi, Constanța

S:L17.107. Fie ABC un triunghi și un plan $\alpha \parallel (ABC)$. Să se determine punctul $P \in \alpha$ pentru care suma $PA^2 + PB^2 + PC^2$ este minimă.

Benedict G. Niculescu, București

Clasa a XI-a

S:L17.119. Viteza mașinii de curse. O mașină de curse a parcurs o pistă cu lungimea de 0,8 km în 10 secunde. Distanța de la locul de pornire, după t secunde, este dată de funcția

$$f(t) = 40 \cdot \frac{t^3}{3} + 144t.$$

- Aflați viteza și accelerația mașinii în momentul trecerii liniei de sosire.
- Ce viteză avea mașina la jumătatea pistei?

S:L17.120. Funcțiile de cost, venit și profit. Costul producerii a x calculatoare este dat de *funcția de cost*

$$C(x) = \frac{25x + 0,05x^2}{1 + 0,0004x^3} \text{ euro,}$$

unde x este un număr natural de la 1 la 1000. Cele x calculatoare sunt vândute la prețul de $1000 - 0,04x$ euro per bucată. Așadar, venitul este dat

de funcția de venit $V(x) = x(1000 - 0,04x)$ iar profitul este dat de funcția de profit $P(x) = V(x) - C(x)$. Dacă toate cele x calculatoare sunt vândute, care este profitul marginal, dat de funcția de profit marginal $PM(x) = P'(x)$? Aplicație: $x = 1000$.

Clasa a XII-a

S:L17.124. Fie K un corp cu 2^n elemente, unde $n \in \mathbb{N}^*$. Arătați că există $a \in K$ astfel încât $a^2 = a + 1$ dacă și numai dacă n este număr par.

Rică Zamfir, București

S:L17.126. Fie $n \geq 1$, număr natural fixat, R un inel cu unitate și $a, b \in R$, cu $b^2 = b$. Dacă ecuația $ya^n - by = 1$ are o soluție, arătați că ecuația $xa - bx = 1$ are, de asemenea, o soluție.

George Stoica, Canada