

## LICEU

### Clasa a IX-a

**S:L17.3.** Un fir are două inele la extremități și un inel mobil între acestea. Dacă agățăm primele două inele de două cuie ale unui perete (nu neapărat aflate la aceeași înălțime), unde se va afla inelul mobil?

*I. Ionescu, 1907*

**S:L17.9.** În ce raport sunt laturile unui biliard dreptunghiular în care o bilă lansată sub un unghi de  $45^\circ$  de pe una din laturi trece prin punctul de plecare după șase reflexiuni?

*I. Ionescu, 1927*

### Clasa a X-a

**S:L17.11.** Fiind dată ecuațiunea

$$x^4 - 1 = 0,$$

să se formeze ecuațiunea ale cărei rădăcini sunt produsele două câte două ale rădăcinilor ecuațiunei date.

*Constanța Pompilian, 1897*

**S:L17.19.** Găsiți cea mai mare și cea mai mică valoare a expresiei

$$\frac{x^4 + x^2 + 5}{(x^2 + 1)^2},$$

când  $x$  ia valori reale.

Olimpiada de matematică, cl. a X-A, 1967

### Clasa a XI-a

**S:L17.26.** Determinați toate matricele  $X$  cu elemente reale ce comută cu matricea  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

*N. Teodorescu, 1967*

**S:L17.30.** Se dă o dreaptă  $d$  în planul axelor de coordonate  $xOy$  și se consideră parabolele care au ca axă de simetrie această dreaptă și trec prin origine. Fiecare dintre aceste parabole mai taie axele în câte un punct. Determinați înfășurătoarea dreptelor ce trec prin două astfel de puncte (înfășurătoarea unei familii de drepte este curba care este tangentă la toate curbele familiei).

*Constantin Corduneanu, 1947*

**Clasa a XII-a**

**S:L17.36.** O tombolă are 50 de bilete din care exact 10 câștigătoare,.  
Se extrag 3 bilete. Care este probabilitatea ca

- a) un bilet să fie câștigător?
- b) două bilete să fie câștigătoare?
- c) cel mult un bilet să fie câștigător?

Admitere Paris, 1977

**S:L17.37.** Fie  $z$  un număr complex nenul.

- a) Arătați că numărul  $\frac{z}{|z|} + \frac{|z|}{z}$  este real;
- b) Deduceți că există  $a, b \in \mathbb{R}$  astfel încât  $z^2 = az + b$ ;
- c) Arătați prin inducție că oricare ar fi  $n \geq 2$  există  $a_n, b_n \in \mathbb{R}$  astfel încât  $z^n = a_n z + b_n$ .

Marcel Ţena, 1977