LICEU

Clasa a IX-a

S:L17.3. Un fir are două inele la extremităţi şi un inel mobil între acestea. Dacă agăţăm primele două inele de două cuie ale unui perete (nu neapărat aflate la aceeaşi înălţime), unde se va afla inelul mobil?

I. Ionescu, 1907

S:L17.9. În ce raport sunt laturile unui biliard dreptunghiular în care o bilă lansată sub un unghi de 45° de pe una din laturi trece prin punctul de plecare după şase reflexiuni?

I. Ionescu, 1927

Clasa a X-a

S:L17.11. Fiind dată ecuaţiunea

$$x^4 - 1 = 0,$$

să se formeze ecuaţiunea ale cărei rădăcini sunt produsele două câte două ale rădăcinilor ecuaţiunei date.

Constanţa Pompilian, 1897

S:L17.19. Găsiţi cea mai mare şi cea mai mică valoare a expresiei

$$\frac{x^4 + x^2 + 5}{(x^2 + 1)^2},$$

când x ia valori reale.

Olimpiada de matematică, cl. a X-A, 1967

Clasa a XI-a

S:L17.26. Determinaţi toate matricele X cu elemente reale ce comută cu matricea $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

N. Teoodorescu, 1967

S:L17.30. Se dă o dreaptă d în planul axelor de coordonate xOy şi se consideră parabolele care au ca axă de simetrie această dreaptă şi trec prin origine. Fiecare dintre aceste parabole mai taie axele în câte un punct. Determinaţi înfăşurătoarea dreptelor ce trec prin două astfel de puncte (înfăşurătoarea unei familii de drepte este curba care este tangentă la toate curbele familiei).

Constantin Corduneanu, 1947

Clasa a XII-a

S:L17.36. O tombolă are 50 de bilete din care exact 10 câştigătoare,. Se extrag 3 bilete.Care este probabilitatea ca

a) un bilet să fie câştigător?

b) două bilete să fie câştigătoare?

c) cel mult un bilet să fie câştigător?

Admitere Paris, 1977

S:L17.37. Fie z un număr complex nenul.

a) Arătaţi că numărul $\dfrac{z}{|z|}+\dfrac{|z|}{z}$ este real;

b) Deduceţi că există $a, b \in \mathbb{R}$ astfel încât $z^2 = az + b$;

c) Arătaţi prin inducţie că oricare ar fi $n \geq 2$ există $a_n, b_n \in \mathbb{R}$ astfel încât $z^n = a_n z + b_n$.

Marcel Ţena, 1977