## LICEU

### Clasa a IX-a

**S:L16.164.** Pe o circumferinţă se scriu $n$, cu $n > 1$, numere strict pozitive cu produsul strict mai mare decât 1. Arătaţi că există unul dintre acestea de la care toate produsele consecutive sunt mai mari decât 1.

*Roxana Goga*, Bucureşti

**S:L16.169.** Fie $ABCD$ un dreptunghi şi punctele $M \in (CB$, $N \in (DC$ astfel încât $AB \cdot CN = BC \cdot BM$. Dacă $AP \perp MN$, demonstraţi că $ABCD$ este pătrat.

*Petru Braica*, Satu Mare

### Clasa a X-a

**S:L16.172.** Pe laturile unui triunghi $ABC$ se construiesc în exterior hexagoanele regulate $ABC_1C_2C_3M, BCQA_1A_2R, CANB_1B_2P$. Demonstraţi că mediatoarele segmentelor $MN$, $PQ$ şi $SR$ sunt concurente.

*Petru Braica*, Satu Mare şi *Marius Mâinea*, Găeşti

**S:L16.178.** Câte soluţii distincte are ecuaţia $\overline{z} = z^2$, unde $z \in \mathbb{C}$?

Admitere, Universitatea Politehnica din Bucureşti

### Clasa a XI-a

**S:L16.187.** Calculaţi derivata de ordin $n$ a funcţiei definită prin $\arcsin^2 x$, în origine.

* * *

**S:L16.189.** Pentru o matrice $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{Z})$ notăm $x_n = \det(A^n + I_2)$, $n \in \mathbb{N}^*$. Arătaţi că:

a) dacă $\det A = 1$, atunci $x_2$ este pătrat perfect;

b) dacă $x_3$ este pătrat perfect, atunci $x_1 > 0$.

*Lucian Dragomir*, Oţelu-Roşu

### Clasa a XII-a

**S:L16.192.** Determinaţi funcţiile derivabile $f : [0,1] \to \mathbb{R}$, cu derivata continuă, $f(0) = 1$ şi $f(1) = 2$, pentru care

$$1 = 4\int_0^1 (f(x))^2 \mathrm{d}x \cdot \int_0^1 (f'(x))^2 \mathrm{d}x.$$

*G. René*, Bucureşti

**S:L16.196**. Câte numere întregi de forma $x = m^2 + mn + n^2$, cu $m, n \in \mathbb{N}$ şi $x < 2016$, există?

*G. René*, Bucureşti