

## GIMNAZIU

### Clasa a V-a

**S:E16.44.** Aflați cardinalul mulțimii  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 2^{1000} < 2^x \leq 4^{512}\}$ .

*Victor Nicolae și Petre Simion, București*

**S:E16.46.** Rezolvați ecuația:  $a^n + b^m = \overline{ab}$ , unde  $a$ ,  $b$ ,  $n$  și  $m$  sunt numere naturale nenule.

*Traian Preda, București*

### Clasa a VI-a

**S:E16.52.** Arătați că dacă numerele naturale  $x$ ,  $y$ ,  $z$  verifică relația  $31x + 26y = 5z$ , atunci numărul  $(x + y)(z - x)(y + z)$  este divizibil cu 2015.

*Eliza Constantinescu, elevă, București*

**S:E16.55.** Se consideră numerele naturale  $a$ ,  $b$ ,  $c$  cu proprietatea  $8a = 15b + 69c$ . Demonstrați că  $a + b$  se divide cu 23.

*Teodora Mărgineanu, elevă, București*

### Clasa a VII-a

**S:E16.64.** Suma cifrelor unui număr natural  $P$  este 2015. Arătați că  $\sqrt{P}$  este număr irațional.

*Victor Nicolae și Petre Simion, București*

**S:E16.69.** Se consideră dreptunghiul  $ABCD$  și un punct  $M$  pe  $BD$ , astfel încât  $D \in (MB)$  și  $\sphericalangle AMD \equiv \sphericalangle ACD$ . Dacă  $E$  este mijlocul segmentului  $MC$ , arătați că  $AD = 2 \cdot DE$ .

*Mihaela Berindeanu, București*

### Clasa a VIII-a

**S:E16.77.** Determinați cele mai mici numere naturale nenule  $a$ ,  $b$  și  $c$ , știind că  $a$  și  $b + c$  sunt direct proporționale cu 2 și 14,  $b$  și  $c + a$  sunt direct proporționale cu 5 și 11, iar  $c$  și  $a + b$  sunt direct proporționale cu 9 și 7.

*Constantin Apostol, Rm. Sărat*

**S:E16.79.** Fie  $ABCD$  un tetraedru și  $G$  centrul de greutate al triunghiului  $BCD$ . Paralelele prin  $G$  la  $AB$ ,  $AC$  și  $AD$  intersectează planele  $(ACD)$ ,  $(ABD)$ , respectiv  $(ABC)$  în  $M$ ,  $N$ , respectiv  $P$ . Demonstrați că  $(MNP) \parallel (BCD)$  și distanța dintre planele  $(MNP)$  și  $(BCD)$  este o treime din distanța de la  $A$  la planul  $(BCD)$ .

*Victor Nicolae și Petre Simion, București*