GIMNAZIU

Clasa a V-a

S:E16.5. Se consideră mulţimea $A = \{1, 2, 3, \ldots, 2016\}$. Care este numărul maxim de elemente ale unei submulţimi B a lui A, astfel încât produsul elementelor lui B să nu fie divizibil cu 36?

Marius Perianu,Slatina

S:E16.7. La ora de matematică, fiecare dintre cei 25 de elevi ai clasei a V-a primeşte câte un cartonaş pe care este scris un număr natural nenul. Fiecare elev împarte numărul de pe cartonaş la 24 şi comunică profesorului restul obţinut la împărţire. Suma resturilor obţinute este 288. Elevul Daniel constată că resturile obţinute de colegii săi sunt diferite, iar câtul şi restul obţinute de el sunt egale.

a) Ce număr este scris pe cartonaşul lui Daniel?

b) Aflaţi suma numerelor scrise pe cele 25 de cartonaşe, ştiind că fiecare elev, în afara lui Daniel, a obţinut câtul cu 1 mai mare decât restul.

Marius Perianu, Slatina

Clasa a VI-a

S:E16.14. O mulţime de numere naturale nenule A, cu cel puţin două elemente, o numim *ideală* dacă pentru orice $a, b \in A$ avem $a \mid b$ sau $b \mid a$.

a) Construiţi o mulţime *ideală* cu 3 elemente.

b) Arătaţi că dacă $p \geq 2$ este un număr prim, atunci mulţimea divizorilor numărului p^n este *ideală*, pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$.

c) Să se determine o mulţime *ideală* cu 8 elemente ştiind că suma elementelor sale este 255.

Marius Perianu

S:E16.19. Pe fiecare latură a unui triunghi echilateral de latură n ($n \in \mathbb{N}, n \geq 2$) se aleg $n - 1$ puncte care împart latura în n părţi egale. Punctele se unesc între ele prin paralele duse la laturile triunghiului.

a) Calculaţi, în funcţie de n, numărul triunghiurilor de latură 1 în care se împarte triunghiul dat.

b) Considerăm $n = 44$ şi fie o casă de pitici ale cărei camere sunt triunghiurile de latură 1, ca mai sus. Doi pitici sunt veseli dacă ei se află în aceeaşi cameră în acelaşi timp. Să se arate că dacă în casă sunt 2016 pitici, în orice moment, indiferent cum ar umbla prin camere, cel puţin doi dintre ei sunt veseli.

Marius Perianu

Clasa a VII-a

S:E16.21. Un trapez are baza mare de lungime $a + 3b + 6c$, baza mică de lungime $3a + b - 2c$ şi înălţimea egală cu jumătate din linia mijlocie, unde $a, b, c > 0$ astfel încât $3a + b > 2c$. Aflaţi aria trapezului ştiind că $a^2 + b^2 + c^2 = 66$ şi $ab + ac = 65 - bc$.

Mariana Năsui, Slatina

S:E16.30. Se consideră triunghiul dreptunghic isoscel ABC, cu $AB = AC$, şi punctele $D \in (AB)$, respectiv $E, F \in (AC)$ astfel încât $\sphericalangle ABE \equiv \sphericalangle EBF \equiv \sphericalangle FBC \equiv \sphericalangle ACD$. Dreapta CD taie dreptele BE şi BF în M, respectiv N, iar P este punctul de intersecţie al dreptelor AN şi BE.

Arătaţi că $AN + NC = BE$ şi $\dfrac{AM}{BE} = \dfrac{MP}{AN}$.

Ion Neaţă, Slatina

Clasa a VIII-a

S:E16.35. Determinaţi tripletele de numere întregi consecutive cu proprietatea că suma cuburilor acestor numere este pătrat perfect.

Daniel Cojocaru, Slatina

S:E16.40. Anvelopa unei mingi de fotbal este confecţionată din bucăţi de piele având forma de pentagoane regulate sau hexagoane regulate având laturile de lungime l. Se ştie că în jurul fiecărui pentagon se află cinci hexagoane. Din câte bucăţi de piele este confecţionată anvelopa mingii?

* * *