

## LICEU

### Clasa a IX-a

**S:L15.48.** Un dreptunghi de perimetru 100 se așează pe o foaie cu pătrățele cu laturile de o unitate. Arătați că în interiorul dreptunghiului sunt cel mult 610 vârfuri de pătrățele.

**S:L15.50. Algoritm de sortare.** Folosind algoritmul de sortare prin inserție, un computer poate sorta  $n$  numere, de la cel mai mic la cel mai mare, în  $t$  milisecunde, unde  $t$  este dat de  $t(n) = 0,0025n^2 + 0,0015n - 5,75$ . Câte numere poate sorta algoritmul în 2 secunde?

### Clasa a X-a

**S:L15.56.** Dacă  $|a| < 1$  și  $|b| < 1$ , arătați că  $\left| \frac{a-b}{1-\bar{a}b} \right| < 1$ .

**S:L15.58.** Fie  $ABCD$  un octogon convex și  $M, N, P, Q$  punctele de intersecție a segmentelor ce unesc mijloacelor laturilor opuse în patrulateralele  $ABCD, CDEF, EFGH$ , respectiv  $GHAB$ . Demonstrați că  $MNPQ$  este un paralelogram.

*Traian Tămăian, Carei*

### Clasa a XI-a

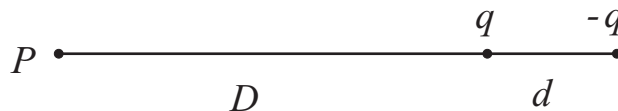
**S:L15.66.** Aflați a 1000-a zecimală a numărului  $\sqrt{111\dots 11}$ , unde numărul de sub radical are 1998 cifre. (Indicație:  $11 = (10^2 - 1) : 9$ .)

Examen, Universitatea Politehnica din București

**S:L15.68. Electricitate.** Un dipol electric este format din două sarcini electrice de mărimi egale și de semn opus. Dacă sarcinile sunt  $q$  și  $-q$  și sunt situate la distanța  $d$  una față de cealaltă, atunci câmpul electric  $E$  al punctului  $P$ , din figura de mai jos, este dat de

$$E = \frac{q}{D^2} - \frac{q}{(D+d)^2}.$$

Arătați că  $E$  este proporțional cu  $\frac{1}{D^3}$ , atunci când  $P$  este departe de dipol.



**Clasa a XII-a**

**S:L15.74.** Cercetați dacă există un polinom  $f \in \mathbb{Z}[X]$  și numerele întregi  $a, b, c$ , astfel încât să fie îndeplinite simultan condițiile:

a)  $ac \neq bc$ ;

b)  $f(a) = a, f(b) = b, c^2 + [f(c)]^2 + [f(0)]^2 = 2cf(0)$ .

Test de selecție, Singapore

**S:L15.77.** Arătați că, pentru orice  $x \in \left(0; \frac{\pi}{4}\right)$ , are loc inegalitatea:

$$x - \frac{x^3}{3!} < \sin x < x.$$