

LICEU

Clasa a IX-a

S:L15.241. În triunghiul ABC diferența măsurilor unghiurilor B și C este 30° . Înălțimea din A intersectează a doua oară cercul circumscris triunghiului ABC în punctul T . Tangenta în T intersectează prelungirea diametrului ce trece prin A în punctul M . Demonstrați că $AM = 3R$, unde R este raza cercului circumscris triunghiului ABC .

Lăcrămioara Techiu, Brăila

S:L15.246. Fie x, y, z numere reale pozitive cu proprietatea:

$$xy + yz + zx = 2.$$

Să se arate că $xyz(9xyz + x + y + z) \leq 4$.

Ștefanuț Ciocchină, Brăila

Clasa a X-a

S:L15.253. Arătați că în orice triunghi are loc inegalitatea :

$$\frac{a}{m_a} + \frac{b}{m_b} + \frac{c}{m_c} \geq 3.$$

(Notațiile sunt cele cunoscute.)

George-Florin Șerban, Braila

S:L15.254. Arătați că $2^x > x$, pentru orice număr real x .

* * *

Clasa a XI-a

S:L15.264. Studiați convergența șirului $(x_n)_{n \geq 0}$, definit prin $x_0 = 1$, $x_1 = -\frac{7}{3}$ și relația de recurență:

$$8x_n^3 + 8x_n = 27x_{n+2}^3 - x_{n+1}^3 + (3x_{n+2} - x_{n+1})(4 - 9x_{n+2}x_{n+1}), \quad \forall n \geq 0.$$

Adela Dimov, Brăila

S:L15.269. Fie $a, b \in \mathbb{R}$ cu proprietatea că $3^a + 14^b = 18^a$ și $5^a + 8^b = 12^b$. Arătați că $a < b$.

Carmen Botea și Viorel Botea, Brăila

Clasa a XII-a

S:L15.273. Fie $A = \left[0, \frac{1}{2^{2015}}\right]$ și $x \circ y = x + y - 2^{2016}xy$, oricare ar fi $x, y \in \mathbb{R}$.

- a) Arătați că (A, \circ) este monoid comutativ;
- b) Determinați toate părțile stabile G ale lui A în raport cu legea dată, astfel încât (G, \circ) să fie grup.

* * *

S:L15.275. Fie (G, \cdot) un grup. Presupunem că există $f : G \rightarrow G$ injectivă astfel încât $x \cdot f(x^{2013} \cdot f(y)) = x^{2015} \cdot f(x \cdot y)$, oricare ar fi $x, y \in G$.
Demonstrați că G este grup abelian.

Carmen Botea și Viorel Botea, Brăila