

LICEU

Clasa a IX-a

S:L14.161. Să se arate că funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \cos \pi x + \cos x$ nu este periodică.

Daniel Sitaru, Drobeta-Turnu Severin

S:L14.164. Considerăm funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, cu următoarele proprietăți:

- a) $f(x + y) = f(x) + f(y)$, pentru orice numere reale x și y ;
- b) $f(xy) = f(x)f(y)$, pentru orice numere reale x și y ;
- c) $f(1) = 1$.

- i) Calculați valoarea lui $f(q)$, pentru orice număr rațional q .
- ii) Arătați că, dacă $u \geq 0$, atunci și $f(u) \geq 0$.
- iii) Arătați că funcția f este crescătoare.

CAPES

Clasa a X-a

S:L14.171. Câte submulțimi ale mulțimii $\{1, 2, \dots, p - 1\}$, unde p este un număr prim impar, au suma elementelor divizibilă cu p ?

Ștefan Dan Stănișor, Constanța

S:L14.175. Rezolvați în \mathbb{R}^+ sistemul

$$3^x + 3^y + 3^z = 27, \log_2 x^2 + \log_2 y^2 + \log_2 z^2 = \log_2 x + \log_2 y + \log_2 z + 3.$$

Ovidiu Avădanei, Iași

Clasa a XI-a

S:L14.184. Fie $B \in \mathcal{M}_4(\mathbb{Z})$ o matrice cu elemente $+1$ sau -1 . Ce valori poate lua $\det B$?

Andrei Ilie, Ploiești

S:L14.188. Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ și $I = (a, b)$, cu $b > 0$. Dacă, pentru orice $t \in I$, funcția $g_t : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g_t(x) = f(x) + f(tx)$ este continuă, demonstrați că funcția f este continuă pe \mathbb{R} .

Andrei Ilie, Ploiești

Clasa a XII-a

S:L14.191. Arătați că polinomul $f = X^6 + X^4 + X^2 + X + 5$ este ireductibil în $\mathbb{Z}[X]$.

Andrei Alexandru Graur, Constanța

S:L14.192. Calculați valoarea integralei $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \ln(\sin x + \cos x) dx$.

D. M. Bătinețu-Giurgiu, București și Neculai Stanciu, Buzău