

## LICEU

### Clasa a IX-a

**S:L14.161.** Să se arate că funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \cos \pi x + \cos x$  nu este periodică.

*Daniel Sitaru, Drobeta-Turnu Severin*

**S:L14.164.** Considerăm funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , cu următoarele proprietăți:

- a)  $f(x + y) = f(x) + f(y)$ , pentru orice numere reale  $x$  și  $y$ ;
- b)  $f(xy) = f(x)f(y)$ , pentru orice numere reale  $x$  și  $y$ ;
- c)  $f(1) = 1$ .

- i) Calculați valoarea lui  $f(q)$ , pentru orice număr rațional  $q$ .
- ii) Arătați că, dacă  $u \geq 0$ , atunci și  $f(u) \geq 0$ .
- iii) Arătați că funcția  $f$  este crescătoare.

CAPES

### Clasa a X-a

**S:L14.171.** Câte submulțimi ale mulțimii  $\{1, 2, \dots, p - 1\}$ , unde  $p$  este un număr prim impar, au suma elementelor divizibilă cu  $p$ ?

*Ștefan Dan Stănișor, Constanța*

**S:L14.175.** Rezolvați în  $\mathbb{R}^+$  sistemul

$$3^x + 3^y + 3^z = 27, \log_2 x^2 + \log_2 y^2 + \log_2 z^2 = \log_2 x + \log_2 y + \log_2 z + 3.$$

*Ovidiu Avădanei, Iași*

### Clasa a XI-a

**S:L14.184.** Fie  $B \in \mathcal{M}_4(\mathbb{Z})$  o matrice cu elemente  $+1$  sau  $-1$ . Ce valori poate lua  $\det B$ ?

*Andrei Ilie, Ploiești*

**S:L14.188.** Fie  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  și  $I = (a, b)$ , cu  $b > 0$ . Dacă, pentru orice  $t \in I$ , funcția  $g_t : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g_t(x) = f(x) + f(tx)$  este continuă, demonstrați că funcția  $f$  este continuă pe  $\mathbb{R}$ .

*Andrei Ilie, Ploiești*

**Clasa a XII-a**

**S:L14.191.** Arătați că polinomul  $f = X^6 + X^4 + X^2 + X + 5$  este ireductibil în  $\mathbb{Z}[X]$ .

*Andrei Alexandru Graur, Constanța*

**S:L14.192.** Calculați valoarea integralei  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \ln(\sin x + \cos x) dx$ .

*D. M. Bătinețu-Giurgiu, București și Neculai Stanciu, Buzău*