

Liceu

Clasa a IX-a

S:L14.1. Demonstrați că pentru două numere reale a, b avem $a \leq b$ dacă și numai dacă oricare ar fi c real cu $c > b$ avem $c > a$.

S:L14.8. Determinați cel mai mic număr natural $m \geq 3$ pentru care există un număr natural n astfel încât

$$\lfloor n\sqrt{m} \rfloor = 2014.$$

Clasa a X-a

S:L14.17. Pentru un triunghi cu vârfurile în puncte de coordonate întregi ale planului cartezian, poate exista o înălțime de lungime rațională? Dar număr natural?

S:L14.18. Câte perechi de soluții (X, Y) are ecuația $X \cup Y = A$ dacă A este o mulțime cu $n > 1$ elemente iar $X, Y \subseteq A$? Se aleg la întâmplare două submulțimi nevide diferite ale unei mulțimi cu n elemente. Arătați că probabilitatea ca reuniunea lor să fie întreaga mulțime este $\frac{3^n - 3}{(2^n - 1)(2^n - 2)}$.

Alegem la întâmplare două mulțimi $X, Y \subseteq A$. Arătați că probabilitatea ca $X \cup Y = A$ este $\frac{3^n - 1}{(2^n - 1)(2^n - 2)}$.

Clasa a XI-a

S:L14.22. Câte soluții reale are ecuația $\operatorname{tg} x = x$ în intervalul $[0, 2014]$?

S:L14.28. Aflați minimumul expresiei $x^2 - 2x + y$ dacă $x, y \geq 0$ și $x + y \leq 2$ interpretând problema grafic în planul xOy .

Clasa a XII-a

S:L14.31. Poate fi scrisă funcția Dirichlet (ce ia valoarea 1 pe numere raționale și 0 pe numere iraționale) ca diferență de funcții monotone? (Folosiți faptul că o funcție monotonă este integrabilă.)

S:L14.37. În orice grup G , pentru $a, b \in G$, ordinul elementului ab este egal cu ordinul elementului ba ?