Liceu

Clasa a IX-a

S:L13.204. Medicii legişti utilizează ecuaţia $h = 2{,}6 \cdot f + 47{,}2$ pentru a estima înălţimea h a unei femei, pornind de la lungimea f a femurului său. Presupunând că ecuaţia are o marjă de eroare de ± 4 cm şi lungimea femurului este de 46 cm, aflaţi în ce interval variază înălţimea femeii.

S:L13.205. Arătaţi că orice număr natural nenul se poate scrie ca suma unor termeni distincţi ai şirului lui Fibonacci. Reamintim că şirul lui Fibonacci $(F_n)_{n\geq 0}$, este definit recurent: $F_0 = F_1 = 1$ şi $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$, oricare ar fi $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$.

Clasa a X-a

S:L13.211. Considerăm un triunghi ascuţitunghic ABC cu $AB < AC$. Fie M mijlocul laturii BC. Pe latura AB se consideră punctul D, iar segmentul CD taie mediana AM în E. Arătaţi că dacă $AB = CE$ atunci $AD = DE$.

Olimpiadă Grecia

S:L13.216. Şirul $(x_n)_{n\geq 1}$ este definit prin $x_1 = 1, x_{n+1} = 1 + \dfrac{n}{x_n}$. Este x_{101} număr natural?

Clasa a XI-a

S:L13.223. În triunghiul ABC punctele M şi N sunt mijloacele segmentelor BC respectiv AC. Medianele AM şi BN se taie în G. Arătaţi că, dacă patrulaterul $CNGM$ este circumscriptibil, atunci dreptele CG şi AB sunt perpendiculare.

Olimpiadă, R. Moldova

S:L13.229. Fie a, b numere reale nenule aşa încât ecuaţia

$$a(x-a)^2 + b(x-b)^2 = 0$$

are soluţie unică. Demonstraţi că $|a| = |b|$.

N. Agakhanov, Rusia

Clasa a XII-a

S:L13.235. Arătaţi că, pentru orice număr natural n nenul, pe graficul funcţiei definită prin $f(x) = 2^x$, $x \in \mathbb{R}$, există trei puncte astfel încât aria triunghiului determinat de ele să fie n.

Ion Nedelcu, Ploieşti

S:L13.240. Determinaţi funcţiile continue $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ cu proprietatea că pentru orice $\varepsilon > 0$ există $n_\varepsilon \in \mathbb{N}^*$ astfel încât pentru orice $n \geq n_\varepsilon$ şi orice $x \in \mathbb{Q}$ să avem

$$\left| f\left(x + \frac{1}{n}\right) - f(x) \right| \leq \frac{\varepsilon}{n}.$$