

## LICEU

### Clasa a IX-a

5. Cutia de lapte, de formă tetraedru regulat, din programul „cornul și laptele“ se face dintr-o bucată de carton de formă triunghi echilateral. Este această formă cea care are volumul maxim ce se poate obține din foaia de carton? Justificați răspunsul.

6. Care este numărul maxim de discuri de rază 0,26 ce pot fi așezate în interiorul unui pătrat de latură 1, fără ca acestea să se încalce? Justificați răspunsul.

### Clasa a X-a

3. Pentru ce valori ale numărului real  $a$  ecuația:

$$|x - 1| + |x - 2| + \dots + |x - 2012| = a,$$

are exact o soluție?

10. Rezolvați ecuația  $a^x = ax + 2$ , unde  $a$  și  $x$  sunt numere întregi.

### Clasa a XI-a

1. Există situații în care pentru matrici  $A, B$  nu este adevărată relația  $\det(AB) = \det(A) \det(B)$ ?

7. Considerați limita remarcabilă  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \ln(1+x)}{x^2} = \frac{1}{2}$  (se poate calcula folosind regula lui *l'Hospital*; dar nu aceasta se cere). Folosind substituția  $x \rightarrow -x$  și limita obținută prin scădere, calculați cu aproximație  $\ln 2$ , punând  $x = \frac{1}{3}$ .

### Clasa a XII-a

3. Folosind eventual faptul că funcția continuă definită pe  $\mathbb{R}$  prin  $g(x) = \sin x^2$  are primitive, determinați derivata funcției  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dată

de  $f(x) = \int_0^{x^2} \sin t^2 dt$ .

6. Care este probabilitatea ca într-o clasă cu 26 de elevi niciunul să nu fie născut în lunile decembrie sau ianuarie? Găsiți o modalitate de a calcula aproximativ acest număr folosind faptul că pentru  $n$  suficient de mare  $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$  este aproximativ „e“ adică aproximativ 2,7.