

# LICEU

## Clasa a IX-a

9. Găsiți numere întregi  $a, b$  astfel încât  $a^2 - 4b \neq 0$  și  $f(x) = x^2 + ax + b$  este pătrat pentru 10 valori întregi ale lui  $x$ .

10. Pe latura  $BC$  a triunghiului oarecare  $ABC$  se consideră punctul  $D$  situat între  $B$  și  $C$ , astfel încât  $\frac{BD}{BC} = \frac{1}{3}$ . Pe segmentul  $AD$  se consideră  $n-1$  puncte  $A_1, A_2, \dots, A_{n-1}$ , astfel încât  $A_i$  împarte segmentul  $[AD]$  în raportul  $\frac{i}{n}$ . Cercetați dacă există  $i$  astfel încât dreapta  $BA_i$  să treacă prin mijlocul laturii  $AC$ .

## Clasa a X-a

4. Fiind date numerele supraunitare  $a, b, c$ , rezolvați ecuația:

$$\log_a x \cdot \log_x b \cdot \log_b c \cdot \log_c x = 1.$$

7. Este adevărat că pentru orice  $z \in \mathbb{C}$ , există numărul natural  $n \geq 2$ , astfel încât  $1 + z + z^2 + \dots + z^n = 0$ ?

## Clasa a XI-a

4. Ce se poate spune despre numerele pozitive  $a, b, c$  pentru care șirul  $(x_n)_n$  definit prin  $x_n = \sqrt[n]{a^n + b^n + c^n}$ , are limita 1?

5. O matrice  $4 \times 4$  are toate elementele egale cu 1. Doi elevi joacă următorul joc: fiecare, pe rând, înlocuiește un 1 cu 0. Există o strategie pentru cel dintâi jucător de a obține primul o matrice cu determinantul nul?

## Clasa a XII-a

4. Calculați o primitivă a funcției  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x \cos 2x$ , știind că ea trebuie să fie de forma  $p(x) \cos 2x + q(x) \sin 2x$  unde  $p, q$  sunt polinoame de gradul I.

9. Demonstrați că  $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 \frac{x^n}{x^n + 1} dx = 0$  folosind criteriul majorării.