PROBLEME PROPUSE

PROBLEME PENTRU EXAMENE NAŢIONALE[1)]

Clasele a VII-a şi a VIII-a

Prezentăm mai jos un model pentru proba de matematică a Evaluării Naţionale a elevilor din clasa a VIII-a

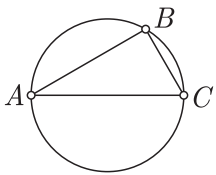
Subiectul I

1. Rezultatul calculului $\left(\sqrt{12^2+5^2}+1^{2020}\right):7\cdot 2$ este egal cu ... .

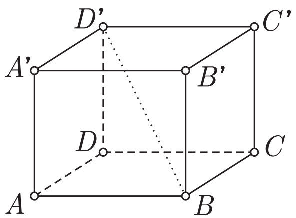
2. Dintre numerele 3^{222} şi 2^{333}, mai mare este ... .

3. Cel mai mic număr natural nenul cu care trebuie înmulţit 40, astfel încât rezultatul obţinut să fie pătrat perfect este ... .

4. În figura alăturată este desenat un cerc de centru O şi raza de 10 cm şi un triunghi ABC înscris în cerc, astfel încât AC este diametru şi $m(\sphericalangle BAC)=30°$. Lungimea segmentului BC este egală cu ... cm.



5. În cubul $ABCDA'B'C'D'$, sinusul unghiului format de dreapta BD' cu planul (ABC) este egal cu ... .



6. Într-o urnă sunt 12 bile negre şi 24 bile albe. Se extrage o bilă. Probabilitatea ca bila extrasă să fie albă este egală cu ... .

Subiectul al II-lea

1. Desenaţi, pe foaia de test, un trapez dreptunghic ortodiagonal (cu diagonalele perpendiculare) şi notaţi-l $ABCD$, iar intersecţia diagonalelor cu O.

---

1) La problemele din această rubrică nu se primesc soluţii. (N.R.)

2. Stabiliţi valoarea de adevăr a afirmaţiei: ,,Mulţimea numerelor întregi x pentru care $3x+1$ divide $2x+5$ conţine numai pătrate perfecte.”

3. Din totalul elevilor unei şcoli, 70% participă la clubul de matematică, iar 45% participă la cercul de lectură. Fiecare elev al şcolii participă la cel puţin una dintre cele două activităţi, iar 42 de elevi participă la ambele cercuri. Câţi elevi participă **numai** la clubul de matematică ?

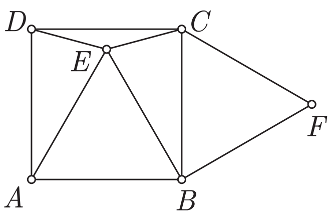
4. Se consideră mulţimile

$$A=\left\{x\in\mathbb{R}\mid\left|\frac{3x+7}{5}\right|\leqslant 4\right\} \text{ şi } B=\left\{x\in\mathbb{R}\mid\sqrt{4x^2-20x+25}\geqslant 3\right\}.$$

a) Scrieţi mulţimea A sub formă de interval.
b) Determinaţi $A\cap B$.

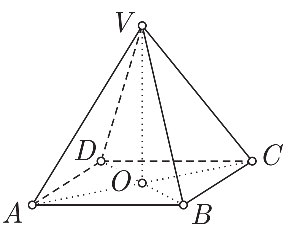
5. Arătaţi că numărul $A=(a+2)\left(a^2-2a+4\right)-a^3$ este cub perfect, pentru orice număr întreg a.

Subiectul al III-lea



1. În figura alăturată este reprezentat un pătrat $ABCD$ cu latura de lungime 6 cm, punctul E interior pătratului şi punctul F exterior pătratului, astfel încât triunghiurile ABE şi BCF să fie echilaterale.

a) Calculaţi aria triunghiului DEC.
b) Arătaţi că $AECF$ este trapez isoscel.
c) Arătaţi că punctele D, E, F sunt coliniare.



2. Piramida patrulateră regulată $VABCD$ din figura alăturată, de vârf V şi bază $ABCD$, are latura bazei de 12 cm şi înălţimea de 6 cm.

a) Calculaţi aria unei feţe laterale a piramidei.

b) Calculaţi distanţa de la punctul M, mijlocul înălţimii piramidei, la planul (VAB).

c) Arătaţi că piciorul perpendicularei din O pe planul (VAB) coincide cu ortocentrul triunghiului VAB.

Clasel IX – XII

Prezentăm mai jos un model pentru proba de matematică la Bacalaureat

Subiectul I

1. Arătaţi că numerele $a-3$, a, 2 nu pot fi termeni consecutivi într-o progresie geometrică, pentru nicio valoare a numărului real a.

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x+2$. Determinaţi coordonatele punctului de pe graficul funcţiei f, situat la distanţă minimă faţă de punctul $O(0,0)$.

3. Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia

$$\sqrt{x^2-6x+10}=1-|x-3|\,.$$

4. Care este probabilitatea ca, alegând un număr natural din mulţimea numerelor naturale de două cifre, acesta să **nu** fie relativ prim cu 6 ?

5. Se consideră triunghiul echilateral ABC, cu lungimea laturii egală cu 4 şi punctul D, mijlocul laturii (BC). Calculaţi $\overrightarrow{DA}\cdot\overrightarrow{AC}$.

6. Calculaţi aria triunghiului ABC, dreptunghic în A, ştiind că lungimea medianei din A este 5 şi raza cercului circumscris triunghiului este 2.

Subiectul al II-lea

1. Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix} x & 1 & 1\\ 1 & x & 1\\ 1 & 1 & x\end{pmatrix}\in M_3(\mathbb{Z})$.

a) Demonstraţi că $\det(A(x))$ este număr întreg par, pentru orice $x\in\mathbb{Z}$.

b) Calculaţi $(A(1))^n$, $n\in\mathbb{N}^*$.

c) Dacă $B=\{A(x)\,|x\in\{-2,-1,0,1,2\}\}$, arătaţi că există matricele $A(x),A(y)\in B$, $x\neq y$, astfel încât $A(x)\cdot A(y)\in B$.

2. Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie dată de $x*y=3x+y$, pentru orice $x,y\in\mathbb{R}$. Pentru orice număr real x notăm $f_1(x)=x$ şi $f_{n+1}(x)=f_n(x)*x$, oricare ar fi $n\in\mathbb{N}^*$.

a) Dacă $x_1=2$, calculaţi x_3.

b) Cercetaţi dacă legea „$*$" admite element neutru.

c) Determinaţi $n\in\mathbb{N}^*$, $n\geqslant 2$, pentru care $f_{2n}(x)=18f_n(x)-32x$, pentru orice număr real x.

Subiectul al III-lea

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\left(x^2-3\right)\mathrm{e}^x$.

a) Determinaţi ecuaţia asimptotei spre $-\infty$ la graficul funcţiei f.

b) Arătaţi că graficul funcţiei f are două puncte de inflexiune.

c) Demonstraţi că $4\ln^2 4-3\ln^3 3>3$.

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\ln\left(1+\cos^2 x\right)$.

a) Arătaţi că orice primitivă a funcţiei f este crescătoare pe $\mathbb{R}$.

b) Calculaţi $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\sin x\,\mathrm{d}x$.

c) Arătaţi că tangenta în punctul de abscisă $x_0=0$ la graficul funcţiei

$$g:[-1,1]\to\mathbb{R},\ g(x)=\int_{\frac{\pi}{4}}^{\arccos x} f(t)\mathrm{d}t$$

este paralelă cu axa Ox.