Clasa a IX-a

13. Pentru orice număr natural nenul k se notează $a_k = 2k - 1$. Determinaţi numărul natural n pentru care $a_1 + a_2 + \ldots + a_n = 169$.

14. Determinaţi numerele întregi y pentru care $\left[\dfrac{2y+3}{4}\right] = 5$.

15. Arătaţi că, dacă a şi b sunt soluţiile ecuaţiei $x^2 - 3x + 1 = 0$, atunci numărul $r = \dfrac{1}{1+a^2} + \dfrac{1}{1+b^2}$ este raţional.

16. Determinaţi cel mai mare număr întreg p pentru care ecuaţia

$$x^2 - 5x + p = 0$$

are soluţiile întregi.

17. Ştiind că $ABCD$ este un dreptunghi cu $AB = 6$ şi $BC = 8$, calculaţi lungimea vectorului $\vec{v} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$.

18. Calculaţi valoarea minimă a perimetrului unui trapez isoscel circumscris unui cerc dat, cu lungimea razei egală cu R.

Clasa a X-a

19. Calculaţi modulul numărului complex $z = \dfrac{3+5\mathrm{i}}{5-3\mathrm{i}}$.

20. Determinaţi numărul întreg k ştiind că numărul $z = 1 + 3\mathrm{i}$ este o soluţie a ecuaţiei $x^2 - 2x + 3k + 1 = 0$.

21. Considerând numărul complex $A = -\dfrac{1}{2} + \mathrm{i}\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}$, arătaţi că numărul $L = A^3 + (\overline{A})^3$ este întreg.

22. Arătaţi că: $\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[9]{2}\cdot\sqrt[27]{2}\cdot\ldots\cdot\sqrt[3^n]{2} < \sqrt{2}$, $\forall\, n \in \mathbb{N}^*$.

23. Determinaţi mulţimea $B = \{x \in \mathbb{R} \mid 9^x - 4\cdot 3^x + 3 \leq 0\}$.

24. Determinaţi funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$ care are inversa $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $g(t) = 2t - 5$.