Clasa a IX-a

13. Fie şirul $(a_n)_{n\geq 1}$ definit prin $a_{n+1} = 2a_n + 3$ şi $a_1 = 1$. Să se determine a_{2018}.

14. Să se determine termenul general al şirului $(a_n)_{n\geq 1}$ definit prin $a_{n+1} = a_n + \dfrac{1}{n^2+n}$, $n \geq 1$ şi $a_1 = 2$.

15. Să se arate că şirul $(a_n)_{n\geq 1}$ cu $a_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n+3}$, $n \geq 1$, este monoton.

16. Să se arate că şirul $(a_n)_{n\geq 1}$ definit prin

$$a_n = 1 + 2 \cdot \frac{1}{2} + 3 \cdot \frac{1}{2^2} + \ldots + (n+1)\frac{1}{2^n},\ n \geq 0,$$

este mărginit.

17. Fie şirul $(a_n)_{n\geq 1}$ cu $a_n \geq 0$, $n \in \mathbb{N}$ şi $a_{n+1}^2 = a_n^2 + 5$. Dacă $a_0 = 2$, să se determine a_{100}.

18. În şirul $(a_n)_{n\geq 0}$ avem $a_1 + a_2 + \ldots + a_n = \alpha n^2 + \beta n$, pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$, unde $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ sunt date. Arătaţi că $(a_n)_{n\geq 1}$ este o progresie aritmetică.

Clasa a X-a

19. Fie $z = 2 - 3\mathrm{i}$. Să se arate că $z^n \neq 1$, oricare ar fi $n \in \mathbb{N}^*$.

20. Să se determine modulul numărului complex $z = \dfrac{301 + 273\mathrm{i}}{273 - 301\mathrm{i}}$.

21. Să se rezolve ecuaţia $z^4 - 2z^2 + 3 = 0$, $z \in \mathbb{C}$.

22. Să se determine rădăcinile de ordin 4 ale lui $15 + 20\mathrm{i}$.

23. Fie $z \in \mathbb{C}^*$ cu $z + \dfrac{1}{z} = \sqrt{3}$. Să se calculeze $z^{2018} + \dfrac{1}{z^{2018}}$.

24. Dacă $z_1, z_2, z_3 \in \mathbb{C}^*$ verifică $z_1 + z_2 + z_3 = 0$ şi $|z_1| = |z_2| = |z_3|$, arătaţi că z_1, z_2, z_3 sunt afixele vârfurilor unui triunghi echilateral.