

Clasa a XI-a

25. Fie $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ 2a & 2b & 2c \\ 3a & 3b & 3c \end{pmatrix}$ unde a, b, c sunt numere reale nenule.

- Să se determine rangul matricei A .
- Să se calculeze $a + 2b + 3c$ știind că $A^2 = 2017A$.
- Știind că $a + 2b + 3c = -1$, să se determine matricea A^{2017} .

26. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 - 3x + 3\arctg x$.

- Să se arate că f este injectivă.
- Să se determine imaginea funcției f .
- Să se determine valorile reale ale lui a pentru care $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^a}$ există, este finită și nenulă.

Clasa a XII-a

27. Se consideră $a, b, c \in \mathbb{Z}$ și polinomul $f = X^3 + aX^2 + X + b$ cu rădăcinile complexe x_1, x_2, x_3 .

- Să se arate că dacă $a \in \{-1, 0, 1\}$, atunci f are exact o rădăcină reală.
- Să se determine a și b știind că f are o rădăcină reală dublă.
- Știind că $b = 1$ și f are o rădăcină rațională, să se arate că $a \in \{1, -3\}$.

28. Se consideră $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^3}{3} - x + \arctg x$ și $g(x) = \arctg x$.

- Să se calculeze $\int_1^2 \frac{f'(x)}{x} dx$.
- Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^3} \int_0^x f(t) dt$.
- Să se determine aria suprafețelor cuprinse între graficele celor două funcții și dreptele de ecuații $x = 0$ și $x = 1$.

PROBLEME PENTRU CICLUL PRIMAR¹⁾

P:988. Determinați numerele de forma \overline{abc} pentru care

$$\overline{abc} = 5 \times a \times b \times c.$$

Cristina Vijdeluc și Mihai Vijdeluc, Baia Mare

¹⁾ Se primesc soluții până la 30 iunie 2017 (data poștei). (N.R.)