

**Clasa a IX-a**

**13.** Fie  $(a_n)_{n \geq 1}$  o progresie aritmetică cu  $a_1 + a_3 = 14$  și  $a_5 - a_3 = 6$ .  
Calculați  $a_{2017}$ .

**14.** Fie  $(b_n)_{n \geq 1}$  o progresie geometrică cu  $b_1 + b_2 + b_3 = 13$  și  $b_3 = 9b_1$ .  
Calculați  $b_5$ .

**15.** Fie  $(c_n)_{n \geq 1}$  o progresie aritmetică de numere naturale ce conțin un pătrat perfect. Arătați că în progresia dată se găsesc o infinitate de pătrate perfecte.

**16.** Fie  $ABCD$  un paralelogram cu proprietatea că vectorii  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$  și  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$  au aceeași lungime. Arătați că  $ABCD$  este un dreptunghi.

**17.** Fie  $ABCDEF$  un hexagon regulat. Descompuneți  $\overrightarrow{AE}$  după vectorii  $\overrightarrow{AB}$  și  $\overrightarrow{AC}$ .

**18.** Fie  $ABC$  un triunghi și  $P$  un punct cu  $\overrightarrow{PA} + 2\overrightarrow{PB} + 3\overrightarrow{PC} = \vec{0}$ .  
Calculați raportul ariilor triunghiurilor  $BPC$  și  $BAC$ .

**Clasa a X-a**

**19.** Arătați că  $\log_5 6 \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ .

**20.** Rezolvați ecuația  $3^x + 4^x + 5^x = 6^x$ .

**21.** Numerele complexe  $z_1$  și  $z_2$  verifică  $|z_1| = |z_2| = |z_1 + z_2| = 1$ .  
Calculați  $|z_1 - z_2|$ .

**22.** Rezolvați ecuația  $z^6 + z^4 + z^3 + z^2 + 1 = 0$ .

**23.** Calculați aria hexagonului cu vârfurile în punctele de afixe  $z_1, z_2, \dots, z_6$  cu  $z_k^6 + 2z_k^3 + 2 = 0$ ,  $k = \overline{1, 6}$ .

**24.** Calculați modulul numărului complex

$$(\cos 10^\circ + i \sin 10^\circ)^9 + (\cos 20^\circ + i \sin 20^\circ)^9.$$