

**PROBLEME PENTRU EXAMENE NAȚIONALE<sup>1)</sup>**

**Clasa a IX-a<sup>2)</sup>**

13. a) Rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația  $\left| \frac{2x-1}{x+1} \right| \leq 1$ .

b) Aflați  $[x]$ , unde

$$x = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{\sqrt{12}} + \dots + \frac{\sqrt{2016}-\sqrt{2015}}{\sqrt{2016 \cdot 2015}}.$$

( $[x]$  reprezintă partea întreagă a lui  $x$ .)

*Mihaiela Mureșan, Mihaela Cojocnean, Ileana-Elisabeta Farkas și Livia Iosif*

14. Fie familia de funcții de gradul al doilea  $f_m : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$$f_m(x) = mx^2 - 2(m+3)x + m - 3, \quad m \in \mathbb{R}^*.$$

a) Aflați valorile parametrului real  $m$  pentru care parabolele asociate funcțiilor  $f_m$  sunt situate sub axa  $Ox$ .

b) Aflați parametrul real  $m$  astfel încât abscisa punctului de minim al funcției să fie 5.

c) Aflați  $m \in \mathbb{R}^*$  astfel încât  $x_1^2 + x_2^2 \leq 2x_1x_2$ , unde  $x_1, x_2$  sunt rădăcinile ecuației  $f_m(x) = 0$ .

*Mihaiela Mureșan, Mihaela Cojocnean, Ileana-Elisabeta Farkas și Livia Iosif*

**Clasa a X-a**

15. Se rezolve ecuațiile:

a)  $4^x - 3 \cdot 2^x - 4 = 0$ .    b)  $\sqrt{3-x} = x-1$ .    c)  $x^{4 \log_x 4^{2016}} = \log_{x^2} x^{4032}$ .

*Crina Bercovici*

16. a) Calculați:  $(3 + 2\sqrt{2})^n (3 - 2\sqrt{2})^n$ , unde  $n \in \mathbb{N}^*$ .

b) Calculați  $\left[ (3 + 2\sqrt{2})^{2016} + \frac{1}{(3 - 2\sqrt{2})^{2016}} \right] \cdot \frac{(6 - 4\sqrt{2})^{2016}}{2^{2017}}$ .

c) Se consideră funcția  $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  definită prin  $f(x) = \frac{\lg(1+x)}{x}$ ,  $\forall x \in (0, +\infty)$ . Să se calculeze suma:

$$S = f(1) + \frac{1}{2}f\left(\frac{1}{2}\right) + \frac{1}{3}f\left(\frac{1}{3}\right) + \dots + \frac{1}{n}f\left(\frac{1}{n}\right), \quad \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

*Olimpia State, Maria Silaghi, Nelu Fănățan și Vasile Sîrb*

<sup>1)</sup> La problemele din această rubrică nu se primesc soluții. (N.R.)

<sup>2)</sup> Problemele pentru clasele a IX-a – a XII-a au fost date la Concursul „ECOMAT“, Satu Mare, 13-15 mai 2016