

PROBLEME PENTRU EXAMENE NAȚIONALE

Clasa a IX-a

13. Fie $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - mx + 4$ și $g(x) = -x^2 + 2mx - 1$, $m \in \mathbb{R}$. Determinați valorile lui m pentru care valoarea minimă a lui f este egală cu valoarea maximă a lui g .

14. Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + x + m$, $m \in \mathbb{R}$. Determinați valorile lui m pentru care dreapta $y - 3x - 1$ este tangentă parabolei $y = f(x)$

15. Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + mx + 1$, $m \in \mathbb{R}$. Determinați valorile lui m pentru care $f(2 - x) = f(2 + x)$ pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

16. Triunghiul ABC are $BC = 4$ și $m(\sphericalangle A) = 45^\circ$. Determinați raza cercului circumscris triunghiului ABC .

17. Triunghiul ABC are lungimile laturilor egale cu 4, 6 și 9. Calculați $\sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2}$.

18. În triunghiul ABC are loc relația $\cos A \cos B \cos C = \frac{\sqrt{3}}{8}$. Arătați că triunghiul este echilateral.

Clasa a X-a

19. Calculați $C_7^5 + C_8^5 + C_9^5 + \dots + C_{21}^5$.

20. Calculați $C_{100}^2 - C_{100}^3 + C_{100}^4 - C_{100}^5 + \dots - C_{100}^{71}$.

21. Arătați că $C_{10}^0 \cdot C_{11}^3 + C_{10}^1 \cdot C_{11}^2 + C_{10}^2 \cdot C_{11}^1 + C_{10}^3 \cdot C_{11}^0 = C_{21}^3$.

22. Determinați valorile lui $n \in \mathbb{N}^*$ pentru care dezvoltarea $(\sqrt{3} + \sqrt[4]{5})^n$ are exact 21 de termeni raționali.

23. Fie șirul $(x_n)_{n \geq 1}$ definit astfel: $x_1 \in \mathbb{N}^*$ și $x_{n+1} = 9^{x_n}$. Aflați ultimele două cifre ale lui x_{2016} .

24. Fie $a, b \in \mathbb{N}$ astfel încât $(3 + \sqrt{8})^{2016} = a + b\sqrt{8}$. Calculați $a^2 - 8b^2$.