

PROBLEME PENTRU EXAMENE NAȚIONALE

Clasa a IX-a

13. Calculați $f(1) + f(2) + \dots + f(n)$, unde $f(x) = x^2 - 4x - 1$.

14. Trasați graficul funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = |h(x) + g(x)| + |h(x) - g(x)|,$$

unde $g(x) = 2x - 1$ și $h(x) = 3x + 2$.

15. Câte numere naturale mai mici decât 1000 se divid cu 71?

16. Determinați numerele întregi n pentru care $n + 1 \mid n^2 + 2$.

17. În triunghiul ABC avem $B \geq C$ și $A \geq 120^\circ$. Arătați că

$$BC \geq \sqrt{3} \cdot AC.$$

18. Fie ABC un triunghi cu $A = 60^\circ$. Arătați că aria triunghiului ABC este egală cu $\sqrt{3} \cdot BM \cdot CM$, unde M este punctul de contact al cercului înscris cu latura BC .

Clasa a X-a

19. Studiați surjectivitatea funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definită prin

$$f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + 1}.$$

20. Rezolvați ecuația $(\sqrt{3 + 2\sqrt{2}})^x - (\sqrt{3 - 2\sqrt{2}})^x = \frac{3}{2}$.

21. Rezolvați ecuația $\sqrt[4]{97 - x} + \sqrt{9 + x} = 8$.

22. Rezolvați ecuația $5^x - 5^{3-x} = 20$.

23. Să se arate că numărul $z = \frac{2+i}{2-i}$ nu este rădăcină complexă de ordin n a unității, oricare ar fi $n \in \mathbb{N}^*$.

24. Câte funcții $f : \{1, 2, \dots, 10\} \rightarrow \{0, 1\}$ verifică

$$f(1) + f(2) + \dots + f(10) = 4?$$