Clasa a IX-a

13. Arătaţi că şirul $(x_n)_{\geq 1}$, $x_n = \dfrac{1}{n^2+1} + \dfrac{2}{n^2+2} + \ldots + \dfrac{n}{n^2+n}$ este mărginit.

14. Determinaţi cel mai mic termen al şirului $(x_n)_{\geq 1}$, $x_n = n^2 - 9n + 5$, $n \geq 1$.

15. Arătaţi că şirul $x_n = \left(1 + \dfrac{1}{n}\right)^{n+1}$, $n \geq 1$, este descrescător.

16. Fie $(a_n)_{\geq 1}$ o progresie aritmetică cu $a_1 = 1$ şi $r = 17$. Determinaţi cel mai mic număr natural n, $n \geq 2$, cu proprietatea că a_n este pătrat perfect.

17. Fie $(b_n)_{\geq 1}$ o progresie geometrică cu $b_1 = 8$ şi raţia $q = \dfrac{1}{2}$. Determinaţi valorile lui n pentru care b_n este număr întreg, pătrat perfect.

18. Câte funcţii $f : \{1,2,3,4\} \to \{0,1,2\}$ au proprietatea

$$f(1)f(2)f(3)f(4) = 0?$$

Clasa a X-a

19. Fie $z = \lambda(1 + \mathrm{i})$,$\lambda \in \mathbb{R}$. Determinaţi valorile reale ale lui λ pentru care există $n \in \mathbb{N}^*$ cu $z^n = 1$.

20. Determinaţi $\lambda \in \mathbb{R}$ pentru care $\dfrac{3-4\mathrm{i}}{5} = \dfrac{1+\lambda\mathrm{i}}{1-\lambda\mathrm{i}}$.

21. Determinaţi $z \in \mathbb{C}$ cu proprietatea $z^5 = z^9 = 1$.

23. Fie $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ cu $|z_1| = |z_2| = 1$. Determinaţi $a \in \mathbb{R}$ pentru care numărul $\dfrac{z_1 + z_2}{a + z_1 z_2}$ este real.

24. Fie $z \in \mathbb{C}^*$ cu proprietatea că $z + \dfrac{1}{z} = -1$. Determinaţi $n \in \mathbb{N}^*$ pentru care $z^n + \dfrac{1}{z^n} = 2$.

25. Fie $z \in \mathbb{C}$ astfel încât $|z-1| = 1$ şi $|z-3| = 1$. Să se arate că $z = 2$.