PROBLEME PENTRU EXAMENE NAŢIONALE[1)]

Prezentăm mai jos un model pentru proba de matematică a Evaluării Naţionale a elevilor din clasa a VIII-a.

SUBIECTUL I

1. Rezultatul calculului $25 - 5 : 5$ este egal cu ...

2. Dacă $\frac{a}{3} = \frac{4}{b}$, atunci $3ab - 36$ este egal cu ...

3. Soluţia ecuaţiei $2x - 3 = 7$ este ...

4. Un cerc cu diametrul de 8 cm are lungimea egală cu ... cm

5. Un cub cu latura de 6 cm are volumul egal cu ... cm^3

6. În tabelul de mai jos sunt redate temperaturile minime şi maxime din luna martie, între anii 2010 şi 2013.

Anul	2010	2011	2012	2013
Temperatura minimă	-2	4	-8	-1
Temperatura maximă	10	15	5	14

Cea mai mare diferenţă de temperatură s-a înregistrat în anul ...

SUBIECTUL al II-lea

7. Desenaţi un tetraedru regulat şi notaţi-l $ABCD$.

8. Arătaţi că numărul $N = (\sqrt{3} - 1)^2 + \sqrt{(2\sqrt{3} - 3)^2} + 3$ este pătrat perfect.

9. Pentru 5 kg de struguri şi 4 kg de mere s-au plătit 32 de lei, iar pentru 3 kg de struguri şi 2 kg de mere, de aceeaşi calitate, s-au plătit 18 lei. Cât costă un kilogram de struguri? Dar un kilogram de mere?

10. Se dă funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = -2x + 4$.

a) Reprezentaţi grafic funcţia.

b) Aflaţi coordonatele punctului de pe grafic, care are abscisa egală cu ordonata.

11. Arătaţi că expresia

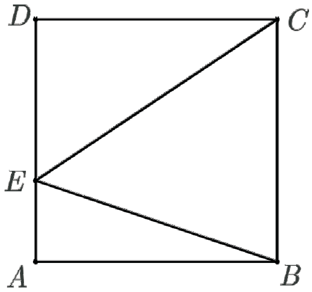
$$E(x) = \left(1 - \frac{3x}{x+2}\right) : \frac{x-1}{x+2},$$

unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, 1\}$, nu depinde de x.

SUBIECTUL al III-lea

[1)] La problemele din această rubrică nu se primesc soluţii. (N.R.)

12. În desenul de mai jos este reprezentată schiţa unui teren în formă de pătrat $ABCD$ cu latura de 12 m, iar E este un punct pe latura AD astfel încât $2 \cdot AE = ED$.



a) Aflaţi aria triunghiului BEC.

b) Dacă M este mijlocul segmentului EC, calculaţi aria patrulaterului $DEBM$.

c) Dacă $P \in (BC)$, aflaţi lungimea segmentului BP astfel încât $\mathcal{A}_{\triangle EBP} = 2 \cdot \mathcal{A}_{\triangle ECP}$.

13. Fie $ABCDA'B'C'D'$ un paralelipiped dreptunghic în care $AB = 3$ cm, $AD = 4$ cm şi $AA' = 12$cm. Se cere:

a) Aria totală şi volumul paralelipipedului;

b) Distanţa de la M, mijlocul lui AA', la punctul C.

c) Dacă $P \in (AA')$ astfel încât $AP = x$, aflaţi x pentru care triunghiul $D'PC$ este isoscel, cu $PC = PD'$.

Clasa a IX-a

14. Funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ verifică $f(x) = f(2-x)$ şi $f(x+1) = f(5-x)$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$. Să se arate că funcţia f este periodică.

15. Să se determine funcţia de gradul doi cu $f(0) = 4$, $f(1) = -1$ şi $f(2) = 5$.

16. Să se calculeze $\cos 165°$.

17. Să se arate că numărul $\sin 1 \cdot \sin 2 \cdot \sin 3 \cdot \ldots \cdot \sin 10$ este pozitiv.

18. Să se calculeze suma pătratelor medianelor triunghiului cu laturile de lungimi 3, 6 şi 8.

19. Să se calculeze cosinusul celui mai mare unghi al triunghiului cu laturile de lungimi 3, 6 şi 8.

Clasa a X-a

20. Să se determine numărul funcţiilor surjective

$$f : \{1, 2, \dots, 10\} \to \{1, 2, \dots, 10\}.$$

21. Să se determine numărul submulţimilor din $A = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ cu suma elementelor egală cu 10.

22. Să se afle cel mai mare divizor comun al numerelor C_7^2, C_7^3, C_7^4 şi C_7^5.

23. Să se determine simetricul punctului $A(1, 2)$ faţă de dreapta de ecuaţie $y = 5x - 1$.

24. Să se calculeze aria triunghiului determinat de dreptele de ecuaţii $x = 4$, $y = x + 1$ şi $3x + 2y + 10 = 0$.

25. Fie punctele $A(1, 2)$, $B(2, 9)$, $C(3, -1)$ şi $D(4, a)$. Să se determine valorile lui $a \in \mathbb{R}$, pentru care segmentele $[AD]$ şi $[BC]$ au un punct comun.

Clasa a XI-a

26. Se consideră funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x - \sin x$.

a) Să se arate că funcţia este strict crescătoare.

b) Să se calculeze $\lim\limits_{x \to 0} x^{f(x)}$.

c) Să se calculeze $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt[4]{f(x)}}{x}$.

27. Se consideră funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \mathrm{e}^x - 1 - x - \dfrac{x^2}{2}$.

a) Să se arate că funcţia f'' este crescătoare.

b) Să se arate că $f'(x) \geq 0$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$.

c) Să se calculeze $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{f(x)}{x^3}$.

Clasa a XII-a

28. Pentru fiecare $n \in \mathbb{N}^*$ se notează $I_n = \displaystyle\int_0^1 \frac{x^{2n}}{1 + x^2} \mathrm{d}x$.

a) Să se calculeze I_n.

b) Să se arate că $\lim\limits_{n \to \infty} I_n = 0$.

c) Să se calculeze $\lim\limits_{n \to \infty} nI_n$.

29. Se consideră polinomul $f = X^3 + \widehat{2}X^2 + X + \widehat{1} \in \mathbb{Z}_3[X]$.

a) Să se determine rădăcinile lui 1 din $\mathbb{Z}_3$.

b) Să se descompună f în factori ireductibili în $\mathbb{Z}_3[X]$.

c) Să se determine un polinom $g \in \mathbb{Z}_3[X]$, de grad 4, cu $f(x) = g(x)$, oricare ar fi $x \in \mathbb{Z}_3$.