PROBLEME PENTRU EXAMENE NAŢIONALE[1)]

Clasele a VII-a şi a VIII-a

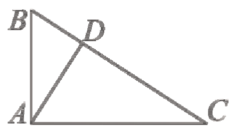
Prezentăm mai jos un model pentru proba de matematică a Evaluării Naţionale a elevilor din clasa a VIII-a.

SUBIECTUL I

1. Scrierea ca fracţie ordinară a numărului $1,23(4)$ este .....

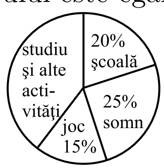
2. Dacă $\frac{a}{3}=\frac{4}{b}$, atunci $4ab-48$ este egal cu .....

3. Scrierea ca interval a mulţimii $A=\{x\in\mathbb{R} \mid 2\leq 3x+2\leq 8\}$ este ....



4. În figura alăturată avem $AB\perp AC$ şi $AD\perp BC$. Dacă $BC=13$ cm şi $BD=9$ cm, atunci lungimea catetei AC este egală cu ..... cm.

5. Suma lungimilor muchiilor unui cub este egală cu 36 cm. Aria totală a cubului este egală cu ...... cm^2.



6. În figura alăturată este redată, în procente, activitatea dintr-o zi a unui elev. Procentul dintr-o zi alocat pentru studiu şi alte activităţi de către elev este ....%

---

1) La problemele din această rubrică nu se primesc soluţii.

SUBIECTUL al II-lea

7. Desenaţi, pe foaia de examen, o piramidă triunghiulară regulată $VABC$.

8. Calculaţi media aritmetică a numerelor $a = (5 - \sqrt{3})^2$ şi $b = \sqrt{300}$.

9. Ioana are o sumă de bani, Alin are de trei ori mai mult decât Ioana, iar Maria are cu 3 lei mai mult decât Alin. Împreună au 150 de lei. Ce sumă de bani are fiecare?

10. Se consideră funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = ax + 2$.

a) Determinaţi numărul real a pentru care punctul $M(2, a)$ aparţine reprezentării grafice a funcţiei f.

b) Pentru $a = -2$ reprezentaţi grafic funcţia.

11. Arătaţi că expresia $E(x) = (x+2)^2 - 2(x-2)(x+2) + (x-2)^2$ nu depinde de x.

SUBIECTUL al III-lea

12. Ana are un teren în formă de dreptunghi, cu lungimea de două ori mai mare decât lăţimea, iar Dan are un teren în formă de pătrat. Gardul cu care este împejmuit terenul Anei măsoară 240 m, iar gardul care împrejmuieşte terenul lui Dan are aceeaşi măsură.

a) Ce dimensiuni au laturile celor două terenuri?

b) Care dintre cei doi are o suprafaţă mai mare de teren?

c) Se poate mări una dintre dimensiuni cu un număr natural de metri astfel încât cei doi să aibă aceeaşi suprafaţă? Justificaţi.

13. Un vas are forma unui cub cu muchia de 8 dm şi este plin cu apă.

a) Aflaţi câţi litri de apă sunt în vas.

b) Putem introduce în vas o placă în formă de dreptunghi având laturile 8 dm şi 11,5 dm? Justificaţi.

c) Dacă se scot din vas 192 de litri de apă, aflaţi la ce înălţime rămâne apa din vas.

Clasa a IX-a

14. Fie vectorii $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{j}$ şi $\overrightarrow{BC} = -4\overrightarrow{i} + \overrightarrow{j}$. Să se determine $\overrightarrow{AD}$, unde D este piciorul perpendicularei din A pe BC.

15. Fie vectorii $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{i} + \overrightarrow{j}$ şi $\overrightarrow{AC} = -3\overrightarrow{i} + 2\overrightarrow{j}$. Să se calculeze lungimea medianei din B în triunghiul ABC.

16. Să se calculeze $\mathrm{tg}105° + \mathrm{ctg}165°$.

17. Să se calculeze $\sin^4 15° + \sin^4 75°$.

18. Fie ABC un triunghi şi G centrul de greutate al triunghiului. Ştiind că $AB^2 + BC^2 + CA^2 = 6$, să se calculeze $GA^2 + GB^2 + GC^2$.

19. Fie $ABCD$ un patrulater. Să se arate că dacă

$$AB^2 + BC^2 + CD^2 + DA^2 = AC^2 + BD^2$$

atunci $ABCD$ este paralelogram.

Clasa a X-a

20. Câţi termeni raţionali are dezvoltarea $\left(\sqrt[3]{2}+\sqrt[4]{5}\right)^{100}$?

21. Să se arate că $\left(2+\sqrt{3}\right)^n+\left(2-\sqrt{3}\right)^n\in\mathbb{Z}$, oricare ar fi $n\in\mathbb{N}$.

22. Să se determine numărul funcţiilor $f:\{1,2,3,4\}\to\{1,2,3,4\}$ cu proprietatea că $f(1)=f(2)$.

23. Să se demonstreze că $(1+X)^n+(1-X)^n\le 2^n$, oricare ar fi $n\in\mathbb{N}^*$.

24. Să se arate că $C_n^0-C_n^2+C_n^4-C_n^6+\ldots=2^{\frac{n}{2}}\cos\dfrac{n\pi}{4}$, $n\in\mathbb{N}^*$.

25. Să se determine numărul funcţiilor $f:\}1,2,\ldots,10\}\to\{0,1\}$ cu proprietatea că $f(1)+f(2)+\ldots+f(10)=3$ şi $f(i)+f(i+1)\le 1$, $i=\overline{1,9}$.

Clasa a XI-a

26. Se consideră sistemul $\begin{cases} x+2y-z=0\\ 2x-y+mz=0\\ 4x+my+z=0\end{cases}$, $m\in\mathbb{R}$.

a) Să se determine valorile lui $m\in\mathbb{R}$ pentru care rangul matricei sistemului este egal cu 2.

b) Să se arate că pentru orice $m\in\mathbb{R}$ sistemul are cel puţin o soluţie cu toate componentele întregi.

c) Să se determine soluţia (x_0,y_0,z_0) a sistemului pentru care $x_0>0$ şi $x_0^2+y_0^2+z_0^2=3$.

27. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=a^x-x\ln 2-1$, unde $a\in(0,\infty)\setminus\{1\}$.

a) Să se determine valorile lui a pentru care graficul lui f are asimptotă spre $-\infty$.

b) Să se determine punctele de extrem ale lui f.

c) Să se determine $a\in(0,\infty)\setminus\{1\}$ ştiind că $f(x)\ge 0$, oricare ar fi $x\in(-2,2)$.

Clasa a XII-a

27. Se consideră polinomul $f=X^4+aX^3+bX^2+aX+1$, cu $a,b\in\mathbb{R}$.

a) Să se determine restul împărţirii lui f la polinomul X^2+1.

b) Ştiind că $a=b=2$, să se determine rădăcinile polinomului f.

c) Să se arate că, dacă $a\in(-1,1)$ şi $b=0$, atunci toate rădăcinile polinomului f au modulul egal cu 1.

28. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{1}{(x^2+1)(x^2+3)}$ şi F primitiva lui f cu $F(0)=0$.

a) Să se calculeze $F(1)$.

b) Să se calculeze $\int\limits_0^1 xf(x)\mathrm{d}x$.

c) Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty} n\int\limits_0^1 x^n f(x)\mathrm{d}x$.