

PROBLEME PENTRU EXAMENE NAȚIONALE¹⁾**Clasa a VII-a**

1. Fie $A = \{1, 2, 3, \dots, 2012\}$. Aflați suma resturilor împărțirilor tuturor elementelor din A la 7.
2. Scrieți un divizor al numărului 2013.
3. Calculați $24 : 3 \cdot 4$.
4. Un triunghi isoscel are o latură de lungime 6 cm și perimetrul de 14 cm. Aflați lungimile celorlalte două laturi.
5. Stabiliți natura unui unghi dacă suplementul său are măsura de 49^0 .
6. Într-un triunghi isoscel unul dintre unghiuri are măsura de 45^0 . Aflați măsurile celorlalte două unghiuri.

Clasa a VIII-a

7. Scrieți $4x^2 - 49$ ca produs de factori diferiți de 1.
8. Prețul unui produs este de 120 lei. Dacă prețul se reduce cu 15%, aflați noul preț.
9. Calculați media geometrică a numerelor $1 + \sqrt{3}$ și $\sqrt{3} - 1$.
10. Catetele unui triunghi dreptunghic au lungimile de 10 cm, respectiv 24 cm. Aflați, sub formă de număr natural, lungimea ipotenuzei.
11. Un trapez isoscel are lungimile bazelor egale cu 6 cm și 10 cm. Aflați aria trapezului, știind că diagonalele sale sunt perpendiculare.
12. Fie $ABCD A' B' C' D'$ un cub. Ce măsură are unghiul dintre dreptele AC și $B' D'$?

Clasa a IX-a

13. Să se calculeze partea fracționară a numărului $(\sqrt{2} - 3)(\sqrt{2} - 2)$.
14. Să se determine valorile reale ale lui a , știind că punctul $A(a + 1, a - 1)$ aparține graficului funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + 1$.
15. Să se ordoneze crescător numerele $\sqrt{2} + \sqrt{3}$, $\sqrt{10}$ și $7/2$.
16. Să se determine intersecția intervalelor $(1, a^2 + 2)$ și $(2, 4)$, unde $a \in \mathbb{R}$.
17. Să se determine raza cercului înscris într-un triunghi de laturi 5, 12 și 13.

¹⁾ La problemele din această rubrică nu se primesc soluții. (N.R.)

18. Să se determine numărul elementelor mulțimii:

$$A = \{n^2 - 4n + 3 \mid n \in \{-10, -9, -8, \dots, 9, 10\}\}.$$

Clasa a X-a

19. Să se calculeze suma primilor 10 termeni ai șirului $a_n = -n + 5$, $n \geq 1$.

20. Să se determine minimul funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^2 - x + 1$.

21. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\{2x\} - \{x\} = x$.

22. Să se determine numărul funcțiilor $f : \{3, 5, 7\} \rightarrow \{1, 2, 3\}$.

23. Să se rezolve ecuația $\sqrt{2x-1} = \sqrt{3x+1}$.

24. Să se arate că $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{(2n-1)2n} > \frac{2}{3} - \frac{1}{2n+1}$, oricare ar fi $n \geq 1$.

Clasa a XI-a

25. Fie mulțimea $M = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$.

a) Să se calculeze numărul submulțimilor lui M cu 8 elemente.

b) Să se calculeze numărul submulțimilor lui M ce nu conțin numere pare.

c) Să se calculeze numărul funcțiilor $f : M \rightarrow M$ cu proprietatea că imaginea lor este o mulțime cu 5 elemente.

26. Considerăm punctele $P_n(n, n^2)$, $n \geq 1$, natural.

a) Să se calculeze panta dreptei P_1P_3 .

b) Să se determine intersecția dreptelor P_1P_3 și P_2P_4 .

c) Să se calculeze aria triunghiului $P_1P_8P_9$.

Clasa a XII-a

27. Considerăm sistemul de ecuații
$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ mx + y + z = 1 \\ x + my + z = m \end{cases}, \text{ unde } m \in \mathbb{R}.$$

a) Să se calculeze determinantul sistemului.

b) Să se determine valorile reale ale lui m pentru care este compatibil.

c) Să se rezolve sistemul pentru $m \neq 1$.

28. Fie funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = |x-1| - |x+1| + 2x$.

a) Să se studieze derivabilitatea funcției f .

b) Să se determine asimptotele graficului funcției f .

c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{f(x)}{2x-1}$.