PROBLEME PENTRU EXAMENE NAŢIONALE[1)]

Clasele a VII-a şi a VIII-a

Prezentăm mai jos un set de întrebări de genul celor care se dau la proba de matematică a Evaluării Naţionale a elevilor din clasa a VIII-a.

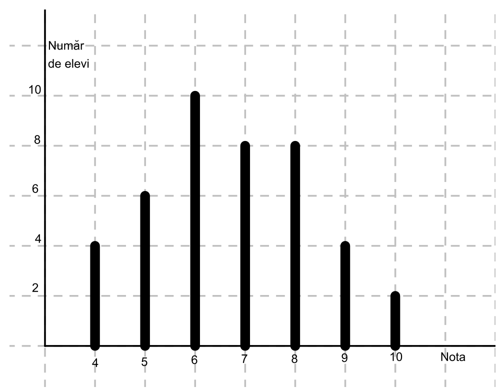
SUBIECTUL I – Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele

5p 1. Rezultatul calculului $25 - 25 : 5$ este egal cu .....

5p 2. Media aritmetică a numerelor 41 şi 17 este egală cu .....

5p 3. Alegem la întâmplare un număr natural diferit de 0 şi mai mic sau egal cu 20. Probabilitatea ca acesta să se dividă cu 3 este egală cu .....

5p 4. În figura de mai jos este reprezentată distribuţia notelor la Evaluarea Naţională pentru clasele a VIII-a A şi a VIII-a B.



Numărul elevilor care au obţinut note între 6 şi 9 (inclusiv) este egal cu .....

5p 5. Unghiul format de bisectoarele a două unghiuri adiacente complementare are măsura egală cu .....^{0}

5p 6. O piramidă triunghiulară regulată are toate muchiile congruente, fiecare având lungimea 6 cm. Aria totală a piramidei este egală cu ..... cm^2.

SUBIECTUL al II-lea – Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete

5p 1. Desenaţi, pe foaia de examen, o piramidă patrulateră regulată $VABCD$.

5p 2. Dacă $a > 3$ calculaţi $E = \sqrt{(a-3)^2} + |1 - a| - 2| - a|$.

5p 3. Se dau funcţiile $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = 2x - 3$ şi $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ g(x) = 4x + 2$. Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie a reprezentărilor grafice a celor două funcţii.

[1)] La problemele din această rubrică nu se primesc soluţii.

4. La faza de selecţie a unui concurs s-au prezentat de două ori mai multe fete decât băieţi. După derularea acestei faze numărul fetelor a scăzut cu 30, iar numărul băieţilor a scăzut cu 6, astfel încât numărul fetelor şi numărul băieţilor promovaţi în etapa următoare a devenit acelaşi.

5p a) Câte fete s-au prezentat la faza de selecţie a concursului?

5p b) Cât la sută din numărul participanţilor au promovat în faza următoare?

5p 5. Fie $x \in (0,1)$ astfel încât $x + \dfrac{1}{x} = 3$. Calculaţi $\sqrt{x} - \dfrac{1}{\sqrt{x}}$.

SUBIECTUL al III-lea – Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete

1. Un vas, plin cu apă, are forma unei prisme drepte cu înălţimea de 5 dm şi baza un dreptunghi având lungimea de 9 dm şi lăţimea de 4 dm. În vas se introduce în întregime un obiect în formă de cub, apoi acesta este scos din vas. După aceste operaţii apa se ridică, în vas, la înălţimea de 3 dm. Aflaţi:

5p a) Cu cât este egal volumul obiectului în formă de cub.

5p b) Ce suprafaţă din vas rămâne neudată.

5p c) Ce înălţime trebuie să aibă un vas în formă de piramidă patrulateră regulată cu latura bazei egală cu 6 cm, care are acelaşi volum cu vasul iniţial.

2. Se confecţionează un drapel în trei culori, bucăţile din fiecare culoare având forma unui pătrat cu latura de 1,5 m, ca în Figura 1:

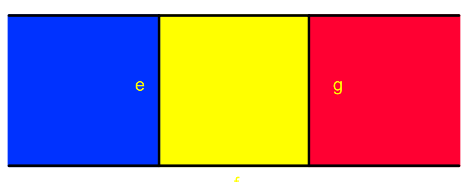


Figura 1

La îmbinări se pierde 10% din materialul din fiecare culoare.

5p a) Cât material din fiecare culoare se foloseşte pentru confecţionarea unui steag?

5p b) Preţul pentru un metru pătrat de material, indiferent de culoare, este de 41,50 lei, iar manopera reprezintă 30% din preţul materialului. Cât costă confecţionarea unui steag?

5p c) Într-un cerc situat pe culoarea din mijloc se doreşte introducerea unei steme. Care este aria maximă a acestui cerc? (Se va lua pentru π valoarea aproximativă $3,14$).

Clasa a IX-a

1. Să se determine coordonatele punctelor de intersecţie cu axele ale graficului funcţiei $f : [0, \infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 2x - 6$.

2. Se consideră funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 3x^2 + ax$. Să se determine valorile reale ale lui a ştiind că minimul funcţiei f este egal cu 1.

3. Să se determine valorile reale ale lui a ştiind că distanţa dintre punctele de intersecţie ale graficului funcţiei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 3x^2 + ax$ cu axa Ox este egală cu 1.

4. Să se determine valorile reale ale lui a ştiind că funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = (1 + a^2)x^2 + ax$ este crescătoare pe intervalul $[0, 2]$.

5. Fie numerele $x, y \in (0, \pi/2)$ cu proprietatea că $\sin(x + y) = \dfrac{2}{3}$ şi $\sin(x - y) = -\dfrac{1}{3}$. Să se calculeze $\operatorname{tg} x \operatorname{tg} y$.

6. Să se determine perioada principală a funcţiei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$:

$$f(x) = \cos(x - \pi) + \sin \frac{x}{3}.$$

Clasa a X-a

7. Să se determine numărul submulţimilor mulţimii:

$$\{a \in \mathbb{N} \mid a \,\text{divide}\, 12\}.$$

8. Să se determine numărul submulţimilor cu un număr impar de elemente ale mulţimii $\{2, 3, 5, 7\}$.

9. Să se determine numărul funcţiilor $f : \{1, 2, \ldots, 6\} \to \{1, 2, \ldots, 7\}$ care sunt injective şi pentru care $f(1) = 3$.

10. Să se determine numărul funcţiilor strict crescătoare:

$$f : \{1, 2, \ldots, 6\} \to \{1, 2, \ldots, 7\}.$$

11. Să se calculeze $\dfrac{C_{2n}^n}{C_{2n-1}^n}$, unde $n \in \mathbb{N}^*$.

12. Să rezolve ecuaţia $n! = n^2 + 8$ în mulţimea numerelor naturale.

Clasa a XI-a

13. **1.** Considerăm sistemul de ecuaţii $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ ax + y + z = 1 \\ a^2x + ay + z = a \end{cases}$, unde $a \in \mathbb{R}$.

a) Să se calculeze determinantul sistemului.

b) Să se arate că sistemul este compatibil pentru orice valoare reală a lui a.

c) Să se rezolve sistemul pentru $a \neq 1$.

14. Fie funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 2^x + x - 1$.

a) Să se determine asimptotele graficului funcţiei.
b) Să se arate că funcţia este inversabilă.
c) Să se calculeze $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{f^{-1}(x)}{x}$.

Clasa a XII-a

15. Considerăm inelul $(\mathbb{Z}_{2012}, +, \cdot)$.
a) Să se rezolve ecuaţia $\widehat{2010}x + \widehat{1} = \hat{5}$.
b) Să se calculeze suma elementelor inelului.
c) Să se determine numărul elementelor inelului care verifică relaţia:

$$x^2 = \widehat{1}.$$

16. Fie $f : [0,1] \to \mathbb{R}$ o funcţie continuă cu proprietatea că

$$F(x) \overset{not}{=} \int\limits_x^1 f(t)\mathrm{d}t \geq \frac{1-x^2}{2},$$

pentru orice $x \in [0,1]$.
a) Să se calculeze $F'(x)$, $x \in [0,1]$.
b) Să se arate că $\dfrac{1}{3} \leq \displaystyle\int\limits_0^1 F(x)\mathrm{d}x = \int\limits_0^1 xf(x)\mathrm{d}x$.
c) Să se arate că $\displaystyle\int\limits_0^1 f^2(x)\mathrm{d}x \geq \frac{1}{3}$.