C.O:5146. Fie m, n numere naturale, $m > n \geq 1$ şi matricele $A_1, A_2, \ldots,$ $\ldots, A_m \in \mathcal{M}_n(\mathbb{C})$ astfel încât matricea $\sum_{i=1}^{m} A_i$ este nesingulară. Să se arate că există o mulţime $S \subset \{1, 2, \ldots, m\}$, cu cel mult n elemente, astfel încât $\sum_{i \in S} A_i$ este nesingulară.

Marian Andronache, Bucureşti

PROBLEMS FOR COMPETITIONS AND OLYMPIADS

Junior Level

C.O:5131. Prove that among four squares one can find two of them whose difference is divisible by 7.

Victor Săceanu, Drobeta Tr. Severin

C.O:5132. Let a and b be positive real numbers with $ab = 1$.
Show that $\dfrac{a^3}{a+1} + \dfrac{b^3}{b+1} \geq 1$.

Traian Tămâian, Carei, Satu Mare

C.O:5133. Let a, b, c, p be four primes, $p \geq 7$. Show that if p divides at least one of the numbers $3a^{\frac{p-1}{2}} + b^{\frac{p-1}{2}} + c^{\frac{p-1}{2}}$, $a^{\frac{p-1}{2}} + 3b^{\frac{p-1}{2}} + c^{\frac{p-1}{2}}$, $a^{\frac{p-1}{2}} + b^{\frac{p-1}{2}} + 3c^{\frac{p-1}{2}}$, then at least one of the numbers a, b, c is equal to p.

Florin Rotaru, Focşani

C.O:5134. Suppose a, b, c are positive real numbers with $a+b+c = 1$. Show that:

$$\frac{ab-c+2}{3-7} + \frac{ac-b+2}{3-b} + \frac{bc-a+2}{3-a} \leq 2.$$

Victor Săceanu, Drobeta Turnu-Severin

C.O:5135. Find all possible values of the function:

$$E(m,n,k) = \left[\frac{m-n}{k}\right] - \left[\frac{m}{k}\right] + \left[\frac{n}{k}\right],$$

when $m, n \in \mathbb{Z}$ and $k \in \mathbb{N}^*$.

Romanţa Ghiţă, *Ioan Ghiţă*, Blaj

C.O:5136. Solve in real numbers the equation:

$$(x-2010)^3 + (2x-2010)^3 + (4020-3x)^3 = 0.$$

Neculai Stanciu, Buzău

C.O:5137. Suppose a, b are positive real numbers with $a^3 + b^3 =$ $= 2010ab$. Prove that $a + b \leq 2010$.

Lucian Tuţescu, Craiova

C.O:5138. Let ABC be a triangle with $AB = AC$ and $\sphericalangle BAC = 100^\circ$. Suppose D is the foot of the bisector line from B. Show that:

$$\left(\frac{BC}{AC}\right)^2 = \frac{BC - DC}{BC - BD}.$$

Victor Săceanu, Drobeta Turnu-Severin

Senior Level

C.O:5139. For all $n \in \mathbb{Z}$ set $n\mathbb{Z} = \{nk \mid k \in \mathbb{Z}\}$. Suppose a, b, c, d are positive integers. Prove that the following statements are equivalent:

a) $a\mathbb{Z} \setminus b\mathbb{Z} = c\mathbb{Z} \setminus d\mathbb{Z}$;

b) $(b \mid a$ and $d \mid a)$ or $(a = c$ and $[a, b] = [c, d])$.

Marin Toloşi, Slatina

C.O:5140. Let I be the incenter of the triangle ABC and let D, E, F be the midpoints of the sides. Show that if $ID = IE = IF$, then triangle ABC is equilateral.

Dorel Miheţ, Timişoara

C.O:5141. Suppose $b > a > 0$ are real numbers and let $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ be a convex function satisfying the property:

$$(a + b) \cdot f\left(\frac{2ab}{a + b}\right) = bf(a) + af(b).$$

Show that the graph of f contains a segment of length greater than $b - a$.

Marin Toloşi, Slatina

C.O:5142. Let $A \subset \{1, 2, \ldots, 2n\}$ be a set of $n + 1$ elements. Show that there exist $x, y \in A$ such that $x + y$ is prime.

* * *

C.O:5143. Let I be the incenter of the acute-angled triangle ABC and let M be the second intersection of the bisector from A with the circumcircle of ABC. Point D is the foot of the altitude from A. The incircle touches the side BC at point E. Show that ME contains the midpoint of the segment DI.

Severius Moldoveanu, Bucharest

C.O:5144. Find the limits:

a) $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\left(\frac{n^2}{\ln n^2} - \frac{n^2}{\ln^2 n} + \frac{n^2 - n}{\ln(n^2 - n)}\right)$;

b) $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\left(\frac{n^2}{\ln n^2} - \frac{n^2}{\ln^2 n} - \frac{n^2 - n}{\ln(n^2 - n)}\right)$.

Marcel Ţena, Bucharest

C.O:5145. Let $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ be a strictly monotonic function. Show that if there exist two monotonic functions $g,h:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ such that:

$$g\circ f=h\circ f=1_{\mathbb{R}},$$

then $g=h$.

Dinu Şerbănescu, Bucharest

C.O:5146. Let m, n be integers, $m>n\geq 1$ and the matrices $A_1,A_2,\dots,A_m\in\mathcal{M}_n(\mathbb{C})$ such that the matrix $\sum\limits_{i=1}^{m}A_i$ is nonsingular. Show that there exists a set $S\subset\{1,2,\dots,m\}$, with at most n elements, such that $\sum\limits_{i\in S}A_i$ is also nonsingular.

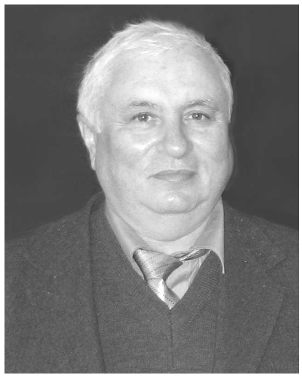
Marian Andronache, Bucharest

IN MEMORIAM

PROFESORUL NICULAE SOARE (1949-2009)

Liviu Nicolescu[1)] şi Gabriel Teodor Pripoae[2)]

Este de necrezut faptul că profesorul *Niculae Soare* nu mai este printre noi. O boală crudă şi necruţătoare i-a curmat firul vieţii în ziuă de 9 august 2009. Era la vârsta deplinei maturităţi în ceea ce priveşte activitatea didactică şi ştiinţifică.



Născut în localitatea Dobra, judeţul Dâmboviţa, la 25 martie 1949, *Niculae Soare* a urmat şcoala generală în localitatea natală şi liceul la Târgovişte.

Ca elev, *Niculae Soare* s-a distins printr-o foarte buna pregătire profesională, prin rezultate deosebite la matematică. A fost un colaborator valoros la Gazeta Matematică. Şi-a perfecţionat şi dezvoltat talentul cu care Dumnezeu l-a înzestrat, la Facultatea de Matematică a Universităţii din Bucureşti, ale cărei cursuri le-a urmat în perioada 1967-1972.

Înclinaţia sa către cercetare s-a văzut încă din anii studenţiei, primele rezultate obţinute datând din acea perioadă. Ca student în ultimul an, *Niculae Soare* a participat la Colocviul Naţional de Geometrie şi Topologie (Timişoara, iunie 1972), unde a prezentat comunicarea „Asupra unei teoreme a lui De Giorgi“.

1)Prof. dr., Universitatea din Bucureşti
2)Prof. dr., Universitatea din Bucureşti