PROBLEME PENTRU CONCURSURI ŞI OLIMPIADE[1)]

Gimnaziu

C.O:5003. Fie $a \in (1, \infty)$ şi $b = \dfrac{2a-1}{2(a-1)}$. Să se arate că:

$$\sqrt{a^2+b^2}+1 = a+b.$$

Ovidiu Pop, Satu Mare

C.O:5004. În triunghiul ascuţitunghic ABC se consideră înălţimea AH. Să se arate că dacă bisectoarea unghiului BAH trece prin centrul cercului circumscris triunghiului ABC, atunci semidreapta $(AH$ este trisectoare a unghiului BAC.

Laura Constantinescu, Sibiu

Liceu

C.O:5007. Fie ABC un triunghi, D punctul de contact al cercului înscris cu latura BC şi R_1, R_2 razele cercurilor înscrise în triunghiurile ADB şi ADC. Să se demonstreze că:

$$\sqrt{\frac{R_1}{R_2}}+\sqrt{\frac{R_2}{R_1}} = \frac{2}{\sin(\sphericalangle ADB)}.$$

Neculai Roman, Mirceşti, Iaşi

C.O:5008. Fie $(a_n)_{n\geq 0}$ un şir de numere reale strict pozitive definit prin:

$$a_n^2 = n\left(a_{n-1}-a_n\right), \quad \forall\, n \geq 1.$$

Să se arate că şirul $x_n = \left(1+\dfrac{1}{2}+\ldots+\dfrac{1}{n}\right)a_n$, $n \geq 1$, este convergent.

Dinu Şerbănescu, Bucureşti

---

1) Se primesc soluţii până la 30 iunie 2009 (data poştei). (N.R.)