DE CE ?

De ce se iau note mici la BAC-ul la MATE? *De ce* pică atât de mulți BAC-ul din cauza matematicii? Sunt întrebări care ne preocupă. *Ca profesori*, cunoaştem o serie de răspunsuri şi acceptăm mai repede pe unele de tipul *nu există (încă) un BAC diferențiat, mulți elevi nu (mai) învață* etc. Atunci însă când auzim reacții ale celeilalte părți implicate (elelvi, părinți, chiar jurnalişti) de genul *subiectele sunt multe şi grele (zic unii, de olimpiadă)*, le respingem ca nefondate. Şi totusi, mă întreb…

De ce trebuie să rezolve şi să redacteze un elev nu mai puțin de 18 probleme în trei ore, chiar dacă unele de la subiectul I sunt întrebări de discutat la o cafea? *De ce* trebuie sa ştie elevul de rând tot felul de "trucuri" care sunt la granița programei şi fac parte mai degrabă din arsenalul celor care merg la concursuri de matematică? BAC-ul nu este un concurs, ci un examen național. *De ce* trebuie să ştie, chiar şi un elev foarte bun, asemenea "şmecherii", pentru a putea trece de nota 9?

De ce s-au interzis în mod tacit teme de sinteză precum graficele de funcții sau sistemele liniare, în ciuda faptului că avem încă de la clasa a IX-a un capitol de Lecturi grafice? Dăm, în schimb, probleme vizând elemente ale unor astfel de teme (o limită, o derivată, o asimptotă, puncte de extrem sau de inflexiune, diverse exercitii exhibiționiste cu matrice) care, însă, singulare, aş zice că nu au niciun rost. *De ce* verificăm capitolul ,,Şiruri" aproape în exclusivitate prin şiruri de integrale definite? *De ce* trebuie să sesizeze elevul obişnuit majorări subtile pentru a putea calcula limita, doar cu criteriul cleştelui (sau majorării), pentru că el nu ştie teorema de convergență dominată a lui Lebesgue?

Iată *unsprezece exemple* de chestiuni care, după părerea mea, *nu e nevoie să fie ştiute* de un elev care se prezintă la BAC, dar care *umplu* ghidurile de pregătire, tipărite sau online.

1. Ecuaț ia *Hamilton-Cayley* (ecuaț ia caracteristică) pentru matrice $A \in M_2(\mathbb{C})$.

2. Consecinț a: $A \in M_2(\mathbb{C})$, $detA = 0 \Rightarrow A^n = (trA)^{n-1}A$ sau, varianta cu $trA = 0$.

3. Într-un monoid necomutativ $x^n = a \Rightarrow ax = xa$ $(n \in \mathbb{N}^*)$. De obicei, rezultatul se foloseşte in mod tacit în monoidul multiplicativ $M_n(\mathbb{C})$ sau în grupul simetric S_n.

4. Într-un monoid comutativ produsul unui număr finit de elemente, printre care figurează un element absorbant, este egal cu acel element absorbant. De regulă, prezența unui astfel de element este greu de sesizat.

5. Tehnica de generare a soluțiilor ecuației diofantice $x^2 - dy^2 = 1$ (ecuația lui *Pell*) pentru a arăta că o anumită mulțime este infinită.

6. $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \ldots \cdot \frac{2n-1}{2n} \sqrt{2n+1} = \sqrt{\frac{2}{\pi}}$, adică formula lui *Wallis*.

7. Ecuatia exponentială $a^x + d^x = b^x + c^x$, unde $a + d = b + c$ şi $[a, b] \cap [c, d] = \emptyset$, în care este greu de observat utilizarea teoremei lui *Lagrange*. Oare nu putem da la Subiectul I o ecuație exponențială rezolvabilă pur algebric?

8. Derivata unei funcții de tipul $F(x) = \int_{u(x)}^{v(x)} f(t)dt$, ($f, u, v$ funcții continue) care ne duce cu gândul la derivata unei integrale cu parametru. Conform programei, elevul trebuie să ştie doar derivata funcţiei $F(x) = \int_a^x f(t)dt$.

9. Dacă $f: [a, b] \to [c, d]$ este o bijecție strict crescătoare şi derivabilă, atunci

$$\int_a^b f(x)dx + \int_c^d f^{-1}(x)dx = bd - ac$$

precum şi varianta cu f strict descrescătoare, adică formulele lui *Young*. Sub masca neutilizării rezultatului în sine, unii profesori cer deducerea acestuia, printr-o substituție adecvată într-una din integralele care apar.

10. Dacă $f: [0, 1] \to \mathbb{R}$ este o funcție integrabilă, atunci:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} f\left(\frac{k}{n}\right) = \int_0^1 f(x)dx$$

Mai mult, mulți profesori pretind, tot aşa, redemonstrarea de fiecare dată a acestui rezultat, prin organizarea şirului din membrul stâng ca un şir de sume *Riemann*.

11. $\lim_{n\to\infty} \left(\frac{x}{1!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \cdots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}\right)^n = \sin x$ sau, varianta cu cos*x*, adică dezvoltările în serie *Taylor* ale funcțiilor sin sau cos.

De ce trebuie să pregătească elevii astfel de teme sau subiecte atipice, oarecum anormale pentru un astfel de examen?

De ce trebuie să demonstreze ei în examen unele teoreme, fie chiar şi în paşi?

Încerc un răspuns tot sub forma unei întrebari : nu cumva doar de dragul de a avea, cu orice preț, un BAC greu?

Prof. dr. Marcel Țena