O probleme de construcţie geometrică

Prezentăm mai jos o problemă clasică de contrucţie gemetrică şi două soluţii ale acesteia.

Problema. *Considerăm un unghi XOY şi un punct M în interiorul său. Să se construiască o dreaptă care trece prin M şi intersectează semidreptele OX, OY în A, respectiv B, astfel încât $MA = MB$.*

Soluţia întâi. Presupunem construcţia efectuată şi să notăm cu N mijlocul segmentului OA, iar cu P mijlocul segmentului OB (fig. 1).

Deoarece M este mijlocul segmentului AB, rezultă că segmentele MP, MN, PN sunt liniile mijlocii ale triunghiului OAB. Atunci: $MP||OA$, $MN||OB$, $PN||AB$.

Rezultă *construcţia*: ducem prin M paralela MP la OX ($P \in OY$), paralela MN la OY ($N \in OX$) şi apoi paralela AB la NP ($A \in OX$, $B \in OY$).

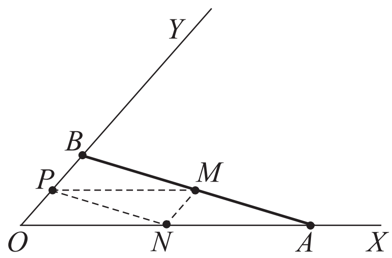

Fig. 1

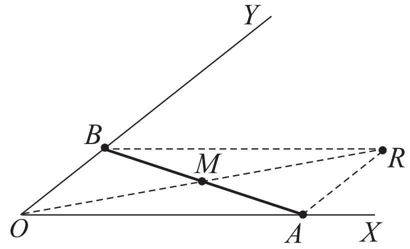

Fig. 2

Soluţia a doua Presupunem construcţia efectuată şi să notăm cu R simetricul punctului O faţă de punctul M (fig. 2).

În patrulaterul $OARB$ diagonalele se înjumătăţesc, prin urmare acest patrulater este un paralelogram.

Atunci $RB||OA$, $RA||OB$.

Rezultă *construcţia*: costruim mai întâi simetricul R al punctului O faţă de M şi ducem prin R paralela RA la OY ($A \in OX$) şi paralela RB la OX ($B \in OY$).

Observaţie. Analizând prima construcţie, observăm că punctele N şi P unic determinate, prin urmare punctele A şi B sunt unic determinate, adică dreapta AB este unică.

Analizând a doua construcţie, observăm că punctul R este unic determinat, deci A şi B sunt unic determinate şi astfel dreapta AB este unică.

În concluzie, dreapta cerută AB există şi este unică.

Marcel Ţena