FOND DE PENSII SAU DEPOZIT BANCAR?

Terminaserăm partida de bridge mai devreme decât de obicei. Nu ştii niciodată cât ţine un rubber. Acest lucru nu face însă decât să sporească farmecul sistemului, perfect pentru o seară liniştită între prieteni, când nu vrei să ştii de cronometru sau de ,,jucătorii cresc, donele descresc, schimbaţi, vă rog!”

Ne-am hotărât să nu începem încă o partidă. Probabil că s-ar fi terminat foarte târziu. Fetele s-au dus la bucătărie să vadă de salata de fructe. M-am ridicat de la masă şi m-am aşezat pe canapea lângă Saito, care a început imediat să toarcă.

- A, mi-am adus aminte, zise Florin. Tot vreau de ceva vreme să te întreb o chestie.

- Sunt numai urechi!

- E vorba de fondurile astea facultative de pensie. Mă tot întreb cum e mai bine: Să te înscrii la un astfel de fond, sau să pui tu deoparte o sumă de bani în fiecare lună?

- Asta ţine până la urmă de inspiraţia personală, răspunsei eu. Şi sunt diverse lucruri pe care trebuie să le ai în vedere. Pe de o parte, dacă te duci la un fond, nu ai încotro, trebuie să pui banii în fiecare lună, dacă eşti de capul tău, mai poţi zice: ,,Hai să nu-i pun luna asta, că trebuie să schimbăm televizorul”. De asemenea, se poate întâmpla să te duci acolo şi fondul să fie neinspirat gestionat şi să meargă prost, să te trezeşti la final cu foarte puţini bani strânşi. După cum se poate şi să meargă foarte bine, şi să te feliciţi la adânci bătrâneţi că te-ai dus acolo.

- Lucrurile astea îmi sunt clare şi mie. Eu aş vrea însă să compar din punct de vedere al rentabilităţii diversele oferte referitoare la fonduri de pensii cu depozitele bancare. Deci, aş vrea să ştiu, de exemplu, ce sumă voi avea la final dacă pun 100 de lei pe lună timp de 30 de ani.

- Aha, acum am priceput ce vrem. Lucrurile depind, desigur, de o serie de factori. Probabil că o să faci depozite cu capitalizare (adică, din cele la care ţi se pune şi dobânda în cont la scadenţe), pentru că mi se par matematic mai avantajoase în acest context. De asemenea, un factor important este valoarea dobânzii. Hai să o considerăm de 5% pe an, de acord?

- Sună plauzibil...

- Bun. Acum, ce scadenţă considerăm pentru depozite?

- Păi eu mă gândesc să pun bani în fiecare lună, ca şi cum aş contribui la un fond de pensii.

- Înţeleg, dar dacă, de pildă, dobânda la depozitele scadente la o lună ar fi de 5%, iar la cele scadente la 6 luni, de 7%, este probabil indicat să optezi pentru cel din urmă. Ce-i drept, la dobânzi egale, sunt preferabile depozitele cu capitalizare pe perioade mai scurte. La valori mici ale dobânzii, diferenţa e aproape insesizabilă, dar îţi dau un exemplu cu dobândă mare, căci aici fenomenul e mai uşor de observat: Dacă tu pui 100 de lei într-un depozit cu capitalizare, cu o dobândă (utopică!) de 40% pe an...

- Ohohoo, nici chiar aşa!

- Ei, aminteşte-ţi că pe la începutul anilor ’90 au fost şi dobânzi de 150%!
Oricum, exemplul e doar pentru a sesiza bine diferenţa între diversele perioade de depozit. Aşadar, 100 de lei cu 40% pe an. Dacă scadenţa depozitului este la un an, după anul respectiv vei avea 140 de lei (n-o să ţinem cont de diversele taxe de administrare, unu, că nu le ştim, şi, doi, că ne complicăm calculele. Le poţi scădea tu ulterior din suma finală - de obicei sunt taxe fixe...). Dacă însă depozitul e la 6 luni

şi e cu capitalizare, vei avea după 6 luni 120 de lei, iar după încă 6, 144 de lei. Asta înseamnă o dobândă efectivă de 44%. Dacă e la 3 luni... Ştii ceva? Cred că a venit momentul să prezentăm lucrurile într-un mod care să se preteze mai bine calculelor mai lungi. Reiau exemplul cu scadenţa la 6 luni: Dobânda noastră de 20% se mai scrie $\frac{20}{100}$, sau 0,2. După 6 luni avem 120 de lei, proveniţi din $100+0,2\cdot 100 = (1+0,2)\cdot 100$. După a doua perioadă de 6 luni, vom avea $(1 + 0,2) \cdot 100 + 0,2 \cdot (1 + 0,2) \cdot 100 = (1+0,2)(1+0,2)\cdot 100 = (1+0,2)^2\cdot 100 = 1,44\cdot 100 = 144$ de lei. Dacă am continua, am observă că după trei perioade avem $(1 + 0,2)^3 \cdot 100$, după patru, $(1 + 0,2)^4 \cdot 100$ şi aşa mai departe.

Raţionând ca până acum, constatăm că, la o dobândă k, vom avea la a n-a scadenţă a unui depozit cu capitalizare o sumă egală cu $(1 + k)^n$ ori suma iniţială. Scriem formula asta pe ceva separat, uite, pe post-it-ul verde, ca să o avem în faţă tot timpul.

Acum, revenim la suta de lei cu 40% dobândă. Dacă depozitul are scadenţa la 3 luni, atunci după un an eşti deja la a patra scadenţă, şi ai (conform post-it-ului!) $(1 + 0,1)^4 \cdot 100 = 146,41$ lei, deci te-ai ales cu o dobândă de 46,41%. Acum, o să ne trebuiască un calculator, că la o lună nu mai pot să-l fac mintal.

- Hai dincolo!

Ne mutarăm cu tot cu foi, post-it şi Saito în camera cu calculatorul.

- Pune, te rog, 1,0333333...(câţi de 3 îţi acceptă calculatorul) şi ridică-l la puterea a 12-a!

- 1,482126489...

- Avem deci 148,21 lei, ceea ce înseamnă o dobândă efectivă de 48,21%.

- M-ai cam pierdut... Nu mi-e clar de unde ai luat la 3 luni $(1+0,1)^4$, iar la o lună $1,0333333...^{12}$.

- Păi dacă dobânda anuală e de 40%, la trei luni ai doar 10%, că nici dacă eşti patronul ei nu-ţi dă banca ţie 40% dobândă la un depozit pe 3 luni...

- Ha, ha, ha, corect!...

- Bun, dacă recapitulăm rezultatele, constatăm că dobânda obţinută efectiv a crescut pe măsură ce am micşorat durata până la scadenţă: 40% în cazul scadenţei la un an, 44% la 6 luni, 46,41% la trei luni, şi 48,21% la o lună.

- Nu se fac şi depozite cu scadenţa la o săptămână? Sau la o zi?

- Ha, ha, ţi-ar conveni ţie! Să ştii însă că, deşi această manieră de a creşte dobânda ar funcţiona în continuare, totuşi creşterile ar fi din ce în ce mai mici; potenţialul metodei a fost deja concretizat în cea mai mare măsură.

- Cum aşa?

- Păi, uite, notând iarăşi dobânda anuală cu k, când îţi ajunge la scadenţă un depozit pe un an vei avea $100(1+k)$ lei (pornind, bineînţeles, calculul de la ,,tradiţionala" ta sută de lei); dacă depozitul e pe 6 luni, după un an ai $100(1 + \frac{k}{2})^2$; dacă e pe 3 luni, $100(1 + \frac{k}{4})^4$; dacă e pe o lună, $100(1 + \frac{k}{12})^{12}$. Dacă ai putea să faci un depozit cu scadenţa la o zi, după un an de capitalizări ai avea $100(1 + \frac{k}{365})^{365}$. Toate aceste expresii se încadrează în modelul general $100(1 + \frac{k}{n})^n$. Ori, ţinem minte din clasa a XI-a că acest şir tinde crescător la $100e^k$. Hai să vedem ce obţinem în cazul nostru: Calculează, te rog, $100e^{0,4}$!

- 149,182469.

- Deci, oricât de mult ai fracţiona anul, nu poţi trece de 49,2%! Aşa că acel 48,21% de la depozitul pe o lună este destul de aproape de maximul pe care îl poţi atinge pe această cale.

Saito mieună nemulţumit. De când scriam, nu mai aveam mâna liberă ca să îl mângâi.

- Cred că Saito are dreptate: am teoretizat destul. Reţinem că, la dobânzi egale, depozitul cu capitalizare e cu atât mai eficace cu cât perioada pe care e făcut e mai scurtă (şi în plus ai şi acces mai frecvent la bani!). Hai să vedem acum ce se întâmplă la o dobândă ,,plauzibilă". Ziseserăm 5%, nu?

- Da!

- Atenţie! Pe asta nu poţi conta ca atare, căci vei plăti şi impozit la ea! Dobânda anuală reală va fi prin urmare $\frac{5}{100} \cdot \frac{84}{100} = \frac{21}{5 \cdot 100} = 4,2\%$. Hai să socotim, de curiozitate, ce efecte poate avea capitalizarea la valoarea asta a dobânzii! Cât de mare putem spera să fie?

- Păi, nu mai mare decât $e^{0,042}$... minus unu!

- Corect! Ia să vedem, cât dă? Aş face pariu că nu trece de 4,5%, şi m-aş mira să ajungă şi la 4,4%!

- 0,04289 ...

- Aha! Nici măcar 4,3%! Asta e, aşa se întâmplă la valori mici ale dobânzii! Concluzia e clară: te vei orienta către perioada de depozit care îţi oferă dobânda nominală cea mai mare, întrucât capitalizarea, la aceste valori ale dobânzii, are un efect aproape neglijabil...

- Probabil că aşa aş fi făcut şi fără toată filozofia asta...

- Ha, ha, corect, dar acum ştii şi că, în eventualitatea în care se întâmplă să crească puţin dobânzile, poate fi mai eficace o dobândă puţin mai mică, dacă perioada de depozit este mai scurtă.

- Hai acum să ne ocupăm de problema de la care a pornit discuţia. O să lăsăm pentru moment dobânda k, pentru a putea compara ce se obţine pentru feluritele valori ale dobânzii fără a repeta calculele. Presupunem pentru început că depozitele tale sunt scadente la o lună (asta fiind situaţia în care e cel mai simplu de calculat). Atunci, după 30 de ani, adică 360 de perioade de o lună, vei avea: $100 \cdot \left(1 + \frac{k}{12}\right)^{360}$ lei proveniţi din primul depozit, plus $100 \cdot \left(1 + \frac{k}{12}\right)^{359}$ proveniţi din al doilea depozit (fiindcă acesta, iniţiat fiind o lună mai târziu, va avea la final cu o perioadă mai puţin decât primul), plus $100 \cdot \left(1 + \frac{k}{12}\right)^{358}$ proveniţi din al treilea depozit, şi aşa mai departe. Cu o lună înainte să se împlinească cei 30 de ani vei face un depozit care îţi va da la finele lunii $100 \cdot \left(1 + \frac{k}{12}\right)$ lei. Să zicem, pentru comoditatea calculului, că pui 100 de lei şi în ziua când se împlinesc 30 de ani de la primul depozit. Le adunăm pe toate şi obţinem

$$100\left(1+\frac{k}{12}\right)^{360}+100\left(1+\frac{k}{12}\right)^{359}+100\left(1+\frac{k}{12}\right)^{358}+\ldots+100\left(1+\frac{k}{12}\right)+100\ ,$$

adică $100 \cdot \dfrac{\left(1+\frac{k}{12}\right)^{361}-1}{\left(1+\frac{k}{12}\right)-1} = 100 \cdot \dfrac{12}{k} \cdot \left[\left(1+\dfrac{k}{12}\right)^{361}-1\right]$. Făcând calculele pentru $k = 0,042$, obţinem suma finală de 72.285,326 lei.

- Cam puţintel ...

- Drept, dar pe de altă parte e deja dublul a ceea ce ai avea dacă ai ţine banii ,,la ciorap". De asemenea, nici suma pe care ai considerat că o pui lunar nu a fost foarte mare. Ia gândeşte-te că, dacă pui câte 100 de euro pe lună, la final ai 72.285,326 euro...

- Mda, arată mai bine suma aceea finală în euro, dar şi ,,rata lunară" devine mai greu de suportat! A propos, dacă, de exemplu, pui lunar 200 de lei, şi nu 100, suma finală se dublează, nu?

- Da! Asta se vede pe formula pe care am dedus-o. Suma pe care o depui lunar este, după cum vezi, înmulţită cu restul expresiei. De aceea, cu orice ai înmulţi tu această sumă, operaţia respectivă se reflectă întocmai şi asupra rezultatului final.

- Aşa m-am gândit şi eu, nici nu ştiu de ce am mai întrebat!

- Ei, ca să mai facem şi noi un pic de conversaţie! Hai acum să vedem ce se întâmplă dacă depozitele sunt scadente la 3 luni. Acum o să apară, pentru o parte din depozite, un anumit ,,contratimp", pe care îl poţi eventual elimina dacă prelungeşti un pic perioada ,,mare", până la 30 de ani şi două luni. Noi hai să socotim ce se întâmplă după exact 30 de ani. Procedând ca adineauri, vom obţine

$$100\left(1+\frac{k}{4}\right)^{120}+100\left(1+\frac{k}{4}\right)^{119}+100\left(1+\frac{k}{4}\right)^{118}+\ldots+100\left(1+\frac{k}{4}\right)+100$$

lei proveniţi din depozitele făcute din 3 în 3 luni începând cu primul, plus

$$100\left(1+\frac{k}{4}\right)^{119}+100\left(1+\frac{k}{4}\right)^{118}+100\left(1+\frac{k}{4}\right)^{117}+\ldots+100\left(1+\frac{k}{4}\right)+100$$

lei din depozitele făcute din 3 în 3 luni începând cu al doilea, şi tot atât pentru depozitele făcute din 3 în 3 luni începând cu al treilea. În total, avem

$$100\cdot\frac{\left(1+\frac{k}{4}\right)^{121}-1}{\left(1+\frac{k}{4}\right)-1}+2\cdot 100\cdot\frac{\left(1+\frac{k}{4}\right)^{120}-1}{\left(1+\frac{k}{4}\right)-1}=100\cdot\frac{4}{k}\cdot\left[\left(1+\frac{k}{4}\right)^{121}+2\cdot\left(1+\frac{k}{4}\right)^{120}-3\right].$$

Facem efectiv calculele pentru $k = 0,042$ şi obţinem...să vedem...24.182+47663,6=71845,6.

- E un pic de diferenţă!

- Da. Nu chiar aşa de spectaculoasă, ce-i drept, dar trebuie ţinut cont de faptul că ea provine doar din schimbarea perioadei depozitelor.

- Şi din faptul că prima dată s-au adăugat şi dobânzile pe ultimele două luni!

- Corect, dar nu foarte semnificativ. Cele două dobânzi adunate urcă la aproximativ 70 de bani... Diferenţe mai spectaculoase la nivelul sumei finale se vor obţine dacă schimbăm dobânda. Hai să punem, de pildă, o dobândă nominală de 7% pe an, pentru că asta e dobîda pe care o găsim azi la depozite.

- Păi, dobânda rămâne, după impozitare, 5,88%. La ce scadenţă să calculez mai întâi?

- N-are importanţă... Hai, fă-o la trei luni, să rămână suma mai mare pentru final!

- Bine!... 32.965,812+64779,367=97.745,179 lei.

- Hai să vedem acum şi depozitele cu scadenţa la o lună. Ce zici, trece de 100.000?

- Nu cred.

- Nici eu. Hai totuşi să socotim!

- 98.757,575. Se apropie deja de triplul banilor ,,de la ciorap"!

- Da, e cam de două ori şi trei sferturi mai mult. Iar la 8% probabil că s-ar depăşi triplul. Dar nu cred că e realistă o estimare bazată pe 7% dobândă. Pe asta o găsim acum, dar peste un an-doi nu cred că o mai vedem. Tot calculul bazat pe 5% mi se pare mai plauzibil, chiar şi acela un pic optimist...

- Sunt de acord. Ei, zilele astea chiar o să mă uit mai atent la nişte oferte de pensii, pentru că acum am un termen de comparaţie.

- Bine, şi să-mi spui şi mie la ce concluzie ajungi! Dar acum, hai şi noi pe dincolo, că ne dau fetele dispăruţi.

- Nu-ţi face griji, nu le auzi cum povestesc?... Şi a plecat şi Saito, sigur s-a dus să le ţină companie!

- Probabil, dar, dacă mai stăm mult, poate ,,uită" să ne lase şi nouă salată de fructe, iar eu sunt mare amator! Hai să mergem!