GREŞELI TIPICE ÎN ALGEBRĂ

1. Unii elevi elimină greşit numitorii atunci când rezolvă inecuaţii în care necunoscuta apare la numitori.

Exemplul 1: $\frac{5+x}{3-x} \leq 1$.

Rezolvare greşită:

$$\frac{5+x}{3-x} \leq 1 \Leftrightarrow 5+x \leq 3-x \Leftrightarrow 2x \leq -2 \Leftrightarrow x \leq -1 \Leftrightarrow x \in (-\infty, -1]$$

Rezolvare corectă:

$$\frac{5+x}{3-x} \leq 1 \Leftrightarrow \frac{5+x}{3-x} - 1 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{2+2x}{3-x} \leq 0 \ (*)$$

x	$-\infty$ $\qquad\qquad$ -1 $\qquad\qquad$ 3 $\qquad\qquad$ $+\infty$
$2+2x$	$-\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ 0\ +\ +\ +\ +\ +\ +\ +\ +\ +\ +\ +\ +\ +\ +$
$3-x$	$+\ +\ +\ +\ +\ +\ +\ +\ +\ +\ +\ +\ +\ +\ 0\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ -$
$\frac{2+2x}{3-x}$	$-\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ 0\ +\ +\ +\ +\ +\ +\ \vert\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ -$

Conform tabelului, $(*) \Leftrightarrow x \in (-\infty, -1] \cup (3, +\infty)$

Exemplul 2: $\frac{x-3}{-2} \geq \frac{x+5}{-3}$.

Rezolvare greşită:

$$\frac{x-3}{-2} \geq \frac{x+5}{-3} \Leftrightarrow 3x - 9 \geq 2x + 10 \Leftrightarrow x \geq 19 \Leftrightarrow x \in [19, +\infty)$$

Elevii neglijează faptul că eliminarea numitorilor revine de fapt la înmulţirea inecuaţiei cu un număr negativ, iar această operaţie schimbă sensul inegalităţii.

Rezolvare corectă:

$$\frac{x-3}{-2} \geq \frac{x+5}{-3} \Leftrightarrow 3x - 9 \leq 2x + 10 \Leftrightarrow x \leq 19 \Leftrightarrow x \in (-\infty, 19].$$

2. Unii elevi nu pun condiţiile de existenţă şi de compatibilitate atunci când rezolvă o ecuaţie iraţională şi obţin prin urmare soluţii eronate.

Exemplul 3: $\sqrt{x+2} = x$.
Rezolvare greşită:
$\sqrt{x+2} = x \Leftrightarrow x + 2 = x^2 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow x \in \{-1, 2\}$.

Nepunând condiţiile de existenţă şi compatibilitate, elevii găsesc ,,soluţii" care de fapt nu verifică egalitatea, cum este cazul valorii $x = -1$ din exemplul nostru.
Chiar dacă elevul pune condiţia de existenţă a radicalului, adică $x + 2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -2$, în lipsa condiţiei de compatibilitate este posibil în continuare să ajungă la ,,soluţii" care de fapt nu verifică ecuaţia: se vede că ambele valori obţinute mai sus verifică condiţia de existenţă a radicalului; $x = -1$ nu verifică însă ecuaţia iniţială.

Pentru a se evita aceste greşeli, recomandăm elaborarea unui plan de rezolvare pentru ecuaţii iraţionale de tipul $\sqrt{E} = A$ cuprinzând următoarele etape:
i) Punerea condiţiilor de existenţă a radicalului: $E \geq 0$.
ii) Constatarea faptului că orice soluţie a ecuaţiei va verifica şi condiţia $A \geq 0$.
iii) Rezolvarea ecuaţiei $E = A^2$ ce se obţine prin ridicarea la pătrat a ambilor membri ai ecuaţiei iniţiale.
iv) Selectarea acelor valori obţinute la punctul iii) care verifică condiţiile de la i) şi ii).
v) Scrierea soluţiei corecte a ecuaţiei propuse.

Rezolvarea corectă a ecuaţiei din exemplul 3:
Condiţia de existenţă a radicalului este $x + 2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -2$ (1).
Nicio valoare $x < 0$ nu poate fi soluţie, deoarece cei doi membri ai ecuaţiei ar avea semne contrare.
Pentru $x \geq 0$ (2),
$\sqrt{x+2} = x \Leftrightarrow x + 2 = x^2 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow x \in \{-1, 2\}$.
Cum 2 este singura dintre valorile obţinute mai sus care verifică condiţiile (1) şi (2), soluţia ecuaţiei propuse este $x = 2$.

Elena Mihuţ