



**Primul test de selecție pentru OBMJ
Sibiu, 10 aprilie 2014**

Problema 1. Arătați că dacă numerele reale $x, y, z > 0$ verifică relația $xyz + xy + yz + zx = 4$, atunci

$$x + y + z \geq 3.$$

Problema 2. Determinați perechile (a, b) de numere întregi pentru care

$$\frac{a+2}{b+1} + \frac{a+1}{b+2} = 1 + \frac{6}{a+b+1}.$$

Problema 3. Arătați că dintre șase puncte situate în interiorul unui pătrat de latură 3, se pot alege două astfel încât distanța dintre ele să fie mai mică decât 2.

Problema 4. Fie $ABCD$ un patrulater în care $m(\angle A) + m(\angle C) = 60^\circ$. Știind că $AB \cdot CD = BC \cdot AD$, arătați că $AB \cdot CD = AC \cdot BD$.

Problema 5. În triunghiul ABC , fie D, E mijloacele laturilor $[AB]$, respectiv $[AC]$. Cercul de diametru $[AB]$ taie DE în partea opusă a lui C față de AB în X . Cercul de diametru $[AC]$ taie DE de partea opusă lui B față de AC în Y . Fie T intersecția lui XB cu YC . Arătați că ortocentrul triunghiului XYT este pe BC .

Timp de lucru 4 ore.

Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.