



## Matematika tantárgyverseny

Országos szakasz, Nagyszeben, 2014. április 8.

### IX. OSZTÁLY

**1. feladat.** Adott az  $n$  természetes szám. Határozd meg azokat az  $x, y, z$  egész számokat, amelyekre

$$x^2 + y^2 + z^2 = 2^n (x + y + z).$$

**2. feladat.** Az  $a$  természetes szám páratlan és nem teljes négyzet. Igazold, hogy ha  $m$  és  $n$  nullától különböző természetes számok, akkor

- a)  $\{m(a + \sqrt{a})\} \neq \{n(a - \sqrt{a})\}$ ;
- b)  $[m(a + \sqrt{a})] \neq [n(a - \sqrt{a})]$ .

*Megjegyzés:*  $\{x\}$  az  $x$  valós szám egészrészét,  $\{x\}$  pedig a törtrészét jelöli.

**3. feladat.** Az  $ABCD$  négyszög  $BD$  és  $AC$  áttóinak felezőpontjai  $P$  illetve  $Q$ . Vegyük fel az  $M \in (BC)$ ,  $N \in (CD)$ ,  $R \in (PQ)$  és  $S \in (AC)$  pontokat úgy, hogy

$$\frac{BM}{MC} = \frac{DN}{NC} = \frac{PR}{RQ} = \frac{AS}{SC} = k.$$

Igazold, hogy az  $AMN$  háromszög súlypontja az  $[RS]$  szakaszon van!

**4. feladat.** Az  $ABCD$  húrnégyszög köré írt kör átmérője  $AC$  és tudjuk, hogy léteznek az  $E \in (CD)$  és  $F \in (BC)$  pontok úgy, hogy  $AE \perp DF$  és  $AF \perp BE$ .

Igazold, hogy  $AB = AD$ .

*Munkaidő 4 óra.*

*Minden feladatra 7 pont szerezhető.*