



## Matematika tantárgyverseny

Országos szakasz, Nagyszeben, 2014. április 8.

### VII. OSZTÁLY

**1. feladat.** Határozd meg a  $p$  és  $q$  prímszámokat, ha  $p \leq q$ , és

$$p(2q + 1) + q(2p + 1) = 2(p^2 + q^2).$$

**2. feladat.** Az  $ABCD$  négyzet külső tartományában megszerkesztjük a  $BCM N$  rombuszt úgy, hogy a  $BCM$  szög tompaszög. Legyen  $P$  a  $BM$  és  $AN$  egyenesek metszéspontja. Igazold, hogy  $DM \perp CP$  és hogy a  $DPM$  háromszög egyenlő szárú és derékszögű!

**3. feladat.** Határozd meg azokat az  $n$  természetes számokat, amelyekre igaz a

$$17^n + 9^{n^2} = 23^n + 3^{n^2}.$$

egyenlőség!

**4. feladat.** Az  $ABCD$  négyzet külső tartományában felvesszük azt az  $E$  pontot, amelyre az  $ABE$  háromszög egyenlő szárú és  $E$ -ben derékszögű. Legyen  $N$  az  $[AD]$  oldal felezőpontja,  $\{M\} = CE \cap AB$ ,  $\{P\} = CN \cap AB$  és  $\{F\} = PE \cap MN$ . Legyen  $Q$  az a pont  $FP$  egyenesen, amelyre  $[CE$  a  $QCB$  szög szögfelezője. Igazold, hogy  $MQ \perp CF$ .

*Munkaidő 4 óra.*

*Minden feladatra 7 pont szereshető.*