



**Olimpiada Națională de Matematică
Etapa Națională, Sibiu, 8 aprilie 2014**

CLASA a VII-a

Problema 1. Determinați numerele prime p și q , cu $p \leq q$, pentru care are loc egalitatea:

$$p(2q + 1) + q(2p + 1) = 2(p^2 + q^2).$$

Problema 2. În exteriorul pătratului $ABCD$ se construiește rombul $BCMN$, cu unghiul BCM obtuz. Se notează cu P punctul de intersecție a dreptelor BM și AN . Arătați că $DM \perp CP$ și că triunghiul DPM este dreptunghic isoscel.

Problema 3. Determinați numerele naturale n pentru care are loc egalitatea:

$$17^n + 9^{n^2} = 23^n + 3^{n^2}.$$

Problema 4. În exteriorul pătratului $ABCD$ se construiește triunghiul dreptunghic isoscel ABE , cu ipotenuza $[AB]$. Fie N mijlocul laturii $[AD]$ și $\{M\} = CE \cap AB$, $\{P\} = CN \cap AB$, $\{F\} = PE \cap MN$. Pe dreapta FP se consideră punctul Q astfel încât $[CE]$ este bisectoarea unghiului QCB . Arătați că $MQ \perp CF$.

Timp de lucru 4 ore.

Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.