Societatea de Ştiinţe Matematice din România Ministerul Educaţiei Naţionale

MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE

Matematika tantárgyverseny

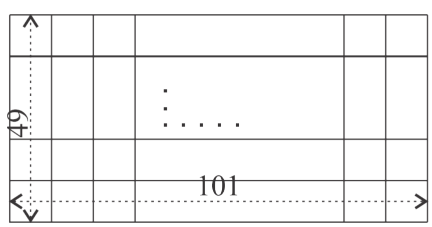
Országos szakasz, Segesvár, 2013. április 2.

VI. OSZTÁLY

1. feladat. Anna, Béla, Cecilía és Dénes 60 feladatot kell megoldjon. Ezekből Anna megoldott 45 feladatot, Béla 48-at, Cecília 44-et és Dénes 47-et. Igazold, hogy annak valószínűsége, hogy ebből a 60 feladatból egy tetszőleges feladatot mind a négyen megoldottak legalább $\frac{1}{15}$.

2. feladat. Az alábbi ábrán egy téglalap látható, amelyet 49×101 azonos méretű kisnégyzetre (nevezzük őket mezőknek) osztottunk. A bal alsó sarokban levő mezőn egy pénzérme található. Két gyerek a következő játékot képzeli el: felváltva lépegetnek az pénzérmével úgy, hogy egy lépésben a pénzérmét akárhány mezővel jobbra vagy akárhány mezővel felfele lehet tolni. Az nyer, aki a jobb felső sarokban levő mezőre lép.

Igazold, hogy akárhogy játszik a második játékos, az első játékos tud nyerni.



3. feladat. Adottak a $p < q < r$ príomszámok és a nullától különböző a természetes szám úgy, hogy $a < p$. Legyen n a legkisebb olyan nullától különböző természetes szám, amelyet, ha elosztunk rendre a p, q és r számokkal, minden esetben a maradék a-val kisebb az osztónál. .

a) Határozd meg az n számot a p, q, r és a számok függvényében!

b) Ha $n = 1000$, határozd meg az a lehetséges értékeit!

4. feladat. Az ABC háromszögben $AB = AC$ és $m(\widehat{BAC}) = 90°$. Vegyük fel a $D \in (BC)$ pontot úgy, hogy $AD \perp BC$. Az ABC szög szögfelezője az AD egyenest az I pontban metszi.

Bizonyítsd be, hogy $BA + AI = BC$.

Munkaidő 2 óra + 30 perc kérdésekre.

Minden feladatra 7 pont szerezhető.