



CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ
”GHEORGHE LAZĂR”

Ediția a XIV-a, 22-24 martie 2013
Clasa a XI-a

1. Să se demonstreze că:

$$\left(\sum_{k=0}^n a_k\right)^2 < e \left(\sum_{k=0}^n \frac{n^k}{C_n^k} a_k^2\right)$$

pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$ și $a_0, a_1, \dots, a_n \in \mathbb{R}^*$

Emil C.Popa, Sibiu

2. Să se găsească $J_4 \in M_4(\mathbb{R})$ astfel încât $(\cos \theta I_4 + \sin \theta J_4)^n = \cos n\theta \cdot I_4 + \sin n\theta \cdot J_4$ pentru orice $\theta \in [0, 2\pi)$ și pentru orice $n \in \mathbb{N}$. Există $J_3 \in M_3(\mathbb{R})$ cu aceeași proprietate?

Adrian Gârjoabă, Sibiu

3. Fie $(a_n)_{n \geq 1}$ un șir descrescător, având proprietatea că: $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_1 + a_2 + \dots + a_n)$ există și este finită. Arătați că $\lim_{n \rightarrow \infty} n a_n = 0$.

Dumitru Barac, Sibiu

4. Arătați că $\det(A \cdot A^t) = 0$ oricare ar fi $A \in M_{m,n}(\mathbb{C})$, unde $m, n \in \mathbb{N}^*$, $m > n$, iar A^t este transpusa matricii A .

Livia Băcila, Sibiu
Suplimentul GMB12/2012

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp de lucru: 3 ore.