

# PROGRAMA OLIMPIADEI DE MATEMATICĂ

## pentru clasele IX-XII în anul școlar 2012/2013

### la faza județeană și la faza națională

Pentru fiecare clasă, în programa de olimpiadă sunt incluse în mod implicit conținuturile programelor de olimpiadă din clasele anterioare.

Cunoștințele suplimentare față de programa școlară, ce apar în acest text, pot fi folosite în rezolvarea problemelor de olimpiadă fără demonstrații.

#### CLASA a IX-a

**Etapa județeană:**

##### ALGEBRĂ

1. Elemente de logică și teoria mulțimilor.
2. Funcții definite pe mulțimea numerelor naturale.
3. Funcții. Lecturi grafice.
4. Funcția de gradul întâi.
5. Funcția de gradul al doilea.

Următoarele noțiuni și rezultate fac parte din programa suplimentară pentru etapa județeană :

- Ecuații în numere întregi :  $ax + by = c$ ;  $x^2 + y^2 = z^2$  ;
- Teorema împărțirii cu rest în mulțimea numerelor întregi. Algoritmul lui Euclid;
- Congruențe modulo  $n$ . Teoremele : Fermat, Wilson;
- Mulțimi. Principiul includerii și excluderii;
- Inegalitatea mediilor. Inegalitatea lui Cauchy-Buniakovski. Inegalitatea lui Holder.
- Inegalitatea lui Bernoulli. Inegalitatea lui Cebîsev;
- Funcții injective, surjective, bijective;
- Recurențe liniare de ordinul I și II .

##### GEOMETRIE și TRIGONOMETRIE

1. Vectori în plan.
2. Coliniaritate, concurență, paralelism - calcul vectorial în geometria plană.
3. Elemente de trigonometrie.

Următoarele noțiuni și rezultate fac parte din programa suplimentară pentru etapa județeană:

- Teoreme de geometrie clasică. Teorema lui Stewart. Teorema lui Steiner. Dreapta lui Euler. Drepte de tip Simson;
- Puncte și linii importante;
- Teoreme de concurență și coliniaritate;
- Relații metrice.

**Etapa națională:**

##### ALGEBRĂ

**Toată materia**

Următoarele noțiuni și rezultate fac parte din programa suplimentară pentru etapa națională :

- Mulțimi numărabile și nenumărabile ( $\mathbf{N}, \mathbf{Z}, \mathbf{Q}$  sunt numărabile și  $\mathbf{R}$  este nenumărabilă).
- Densitatea în  $\mathbf{R}$  a mulțimilor  $\mathbf{Q}$  și  $\mathbf{R}/\mathbf{Q}$ . (orice interval deschis de numere reale conține atât numere iraționale cât și numere raționale). Teorema de densitate a lui Kronecker (dacă  $a$  este irațional, mulțimea valorilor șirului  $\{an\}$  este densă în  $[0,1]$ ).

Indicatorul lui Euler:  $\varphi(n)$  = numărul numerelor prime cu  $n$ , mai mici decât  $n$ ; teorema lui Euler.

## GEOMETRIE si TRIGONOMETRIE

### Toată materia

**Notă.** Folosirea corectă de către elevi, în redactarea soluției, a unor teoreme fără demonstrație din cadrul programei de olimpiadă conduce la acordarea punctajului maxim prevăzut în baremele de evaluare.

## CLASA a X-a

### Etapa județeană:

#### ALGEBRĂ

1. Mulțimi de numere
2. Funcții și ecuații
3. Metode de numărare

**Următoarele noțiuni și rezultate fac parte din programa suplimentară pentru etapa județeană :**

- Convexitate în sensul lui Jensen, inegalități deduse din convexitate

#### GEOMETRIE

### Toată materia

### Etapa națională:

#### ALGEBRĂ

### Toată materia

**Următoarele noțiuni și rezultate fac parte din programa suplimentară pentru etapa națională:**

#### Polinoame

- C.m.m.d.c. și c.m.m.m.c. și algoritmul lui Euclid pentru polinoame;
- Teorema fundamentală a algebrei. Teorema lui Bezout;
- Rădăcini multiple;
- Polinoame ireductibile;
- Relații între rădăcini și coeficienți;
- Polinoame simetrice, teorema fundamentală a polinoamelor simetrice, sumele lui Newton.

#### GEOMETRIE

### Toată materia

**Următoarele noțiuni și rezultate fac parte din programa suplimentară pentru etapa națională:**

- Elemente de geometrie în spațiu: Geometria tetraedrului, Poliedre
- Mulțimi convexe, înfășurătoarea convexă. Teorema lui Helly.

**Notă.** Folosirea corectă de către elevi, în redactarea soluției, a unor teoreme fără demonstrație din cadrul programei de olimpiadă conduce la acordarea punctajului maxim prevăzut în baremele de evaluare.

## CLASA a XI-a

### Etapa județeană:

#### ALGEBRĂ SI GEOMETRIE

**1. Elemente de algebră liniară și geometrie analitică (până la rezolvarea sistemelor liniare – exclusiv)**

**Următoarele noțiuni și rezultate fac parte din programa suplimentară pentru etapa județeană :**

- Descompunerea unei permutări în produs de cicli disjuncți, respectiv transpoziții;
- Determinantul de ordin  $n$ ;
- Ecuația caracteristică a unei matrice; Teorema Hamilton-Cayley;

- Rangul unei matrice din  $M_{n,m}(C)$ ;
- Inegalitatea lui Sylvester asupra rangului produsului a două matrice;

## ANALIZĂ MATEMATICĂ

### 1. Mulțimea numerelor reale.

### 2. Șiruri de numere reale.

### 3. Limite de funcții.

### 4. Funcții continue

**Următoarele noțiuni și rezultate fac parte din programa suplimentară pentru etapa județeană:**

- Mulțimi dense în  $\mathbf{R}$ , lema intervalelor închise (Cantor) Numărabilitate, numărabilitatea lui  $\mathbf{Q}$ , nenumărabilitatea lui  $\mathbf{R}$ ;
- Puncte limită pentru șiruri;
- Discontinuități de prima și a doua speță;
- Continuitate uniformă;
- Funcții cu proprietatea valorii intermediare (proprietatea lui Darboux).

**Etapa națională:**

## ALGEBRĂ SI GEOMETRIE

**Toată materia**

**Următoarele noțiuni și rezultate fac parte din programa suplimentară pentru etapa națională :**

- Polinom caracteristic, valori proprii;
- Sisteme liniare de  $m$  ecuații cu  $n$  necunoscute.

## ANALIZĂ MATEMATICĂ

**Toată materia**

**Următoarele noțiuni și rezultate fac parte din programa suplimentară pentru etapa națională :**

- Teorema lui Darboux;
- Formula lui Taylor cu restul lui Lagrange.

**Notă.** Folosirea corectă de către elevi, în redactarea soluției, a unor teoreme fără demonstrație din cadrul programei de olimpiadă conduce la acordarea punctajului maxim prevăzut în baremele de corectare.

## CLASA a XII-a

**Etapa județeană:**

## ALGEBRĂ

### 1. Elemente de algebră (până la Corpuri - inclusiv)

**Următoarele noțiuni și rezultate fac parte din programa suplimentară pentru etapa județeană :**

- Grupuri finite. Teorema lui Lagrange. Teorema lui Cauchy;
- Morfisme de structuri (semigrup, monoizi, etc);
- Grupuri finit generate;
- Grupul permutărilor, cicluri, descompunerea în produs de cicluri disjuncte;
- Subgrupuri clasice (centrul unui grup, centralizatorul unei mulțimi, nucleul și imaginea unui morfism);
- Elemente nilpotente și elemente idempotente;
- Orice corp finit este comutativ.

## **ANALIZĂ MATEMATICĂ**

### **1. Elemente de analiză matematică (până la Centre de greutate - inclusiv)**

**Următoarele noțiuni și rezultate fac parte din programa suplimentară pentru etapa județeană :**

- Sume Darboux, sume Riemann, integrabilitate;
- Mulțimi neglijabile Lebesgue. Criteriul lui Lebesgue.

**Etapa națională:**

## **ALGEBRĂ**

**Toată materia**

## **ANALIZĂ MATEMATICĂ**

**Toată materia**

**Notă.** Folosirea corectă de către elevi, în redactarea soluției, a unor teoreme fără demonstrație din cadrul programei de olimpiadă conduce la acordarea punctajului maxim prevăzut în baremele de corectare.