CONCURSUL INTERNAȚIONAL „ION BARBU – DAN BARBILIAN”

Ediția a XXIV - a, Călărași, 26 octombrie 2019

Clasa a V–a

Problema 1. Dreptunghiul din desenul alăturat (*Figura 1.*), divizat în 14×15 pătrate mici, reprezintă peretele unei băi pe care vor fi montate plăci de faianță. Arată că peretele băii nu poate fi acoperit complet numai cu plăci de faianță care au forma indicată în desenul de mai jos (*Figura 2.*)

Notă: *Pătratele desenate pe perete și pe plăcile de faianță au toate aceleași dimensiuni.*

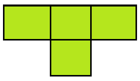

Figura 2.

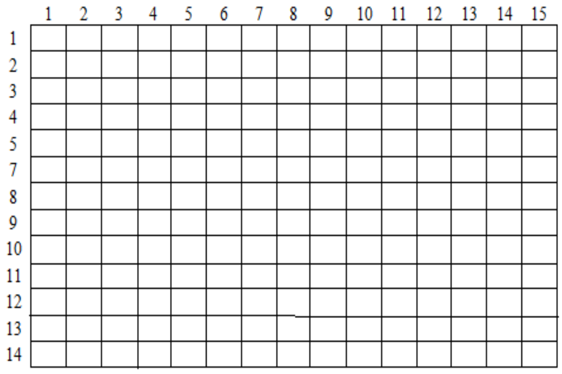

Figura 1.

Cristina Bornea, Călărași

Problema 2. Un număr natural $\overline{abcd}$, cu cifre nenule, se numește „*special*” dacă $a\cdot c+b\cdot d$ este pătrat perfect.

a) Determinați cel mai mare număr „*special*”, mai mic decât 2019.

b) Arătați că dacă $\overline{abcd}$, este „*special*”, atunci și numerele $\overline{bcda}$, respectiv, $\overline{dabc}$, sunt „*speciale*”.

Relu Ciupea, Oltenița

Problema 3. Patru cavaleri vestiți, Roland, Henric şi părinții lor, Arthur şi Lancelot, trebuie să traverseze un pod îngust peste o apă învolburată dintr-o pădure întunecată, având la dispoziție o singură făclie aprinsă, care mai putea arde două ore și 10 minute. Podul nu poate fi traversat decât de cel mult doi cavaleri odată şi, pentru a evita pericolele, aceștia trebuie să poarte făclia aprinsă. Roland poate traversa podul în 10 minute, Henric în 20 de minute, Arthur în 50 de minute şi Lancelot în 60 de minute. Ei s-au înțeles ca cel mai rapid să îl aştepte pe cel mai lent. Au reușit cei patru să traverseze podul înainte de-a se stinge făclia? (*justifică răspunsul*)

Florin Ștefan Marcu, Călărași

Problema 4. Numerele naturale nenule se scriu într-un tabel. Primele şase linii ale tabelului sunt completate ca în desenul alăturat și regula de completare se păstrează pentru toate liniile care se scriu Precizează care este numărul scris la mijlocul *liniei* 2019 (*justifică răspunsul*).

linia 1				1			
linia 2			2	3	4		
linia 3				5			
linia 4		6	7	8	9	10	
linia 5				11			
linia 6	12	13	14	15	16	17	18

Sorin Furtună, Călărași

Problema 5. Tabelul din figura alăturată, conține 16 pătrățele, în care trebuie scrise numere de la 1 la 13. Toate numerele, cu excepția numărului scris în prima linie, trebuie scrise o singură dată.

a) Determinați numerele x pentru care suma numerelor de pe fiecare coloană a tabelului este aceeași.

b) Pentru unul dintre numerele determinate construiți un tabel cu proprietățile din enunț.

x	x	x	x

Relu Ciupea, Oltenița

Probleme au fost selectate și prelucrate de inspectorul școlar Gheorghe Stoianovici

Succes

Baremul de notare este: **Problema 1.** 3 puncte; **Problema 2. a)** 2 puncte, **b)** 2 puncte; **Problema 3.** 7 puncte; **Problema 4.** 7 puncte; **Problema 5. a)** 4 puncte, **b)** 3 puncte.

CONCURSUL INTERNAȚIONAL „ION BARBU – DAN BARBILIAN”

Ediția a XXIV - a, Călărași, 26 octombrie 2019

Clasa a V–a

Problema 1. Dreptunghiul din desenul alăturat (*Figura 1.*), divizat în 14×15 pătrate mici, reprezintă peretele unei băi pe care vor fi montate plăci de faianță. Arată că peretele băii nu poate fi acoperit complet numai cu plăci de faianță care au forma indicată în desenul de mai jos (*Figura 2.*)

Notă: *Pătratele desenate pe perete și pe plăcile de faianță au toate aceleași dimensiuni.*

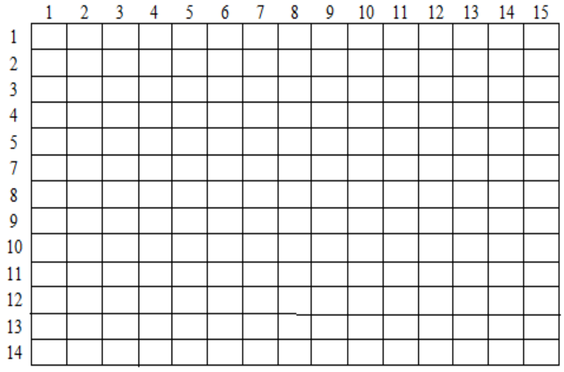

Figura 1.

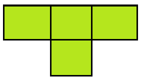

Figura 2.

Cristina Bornea, Călărași

Soluție: Peretele băii este acoperit complet de 210 pătrate, iar plăcile de faianță din *Figura 2.* conțin 4 pătrate. Peretele băii nu poate fi acoperit complet numai cu plăci de faianță care au forma indicată în *Figura 2.* pentru că restul împărțirii lui 210 la 4 este diferit de 0.

Problema 2. Un număr natural $\overline{abcd}$, cu cifre nenule, se numește „*special*” dacă $a\cdot c+b\cdot d$ este pătrat perfect.

a) Determinați cel mai mare număr „*special*”, mai mic decât 2019.

b) Arătați că dacă $\overline{abcd}$, este „*special*”, atunci și numerele $\overline{bcda}$, respectiv, $\overline{dabc}$, sunt „*speciale*”.

Relu Ciupea, Oltenița

Soluție: a) Pentru numerele 2000, 2001, …, 2018 nu sunt speciale pentru că pentru scrierea lor se folosește cifra 0. Numărul 1999 nu este special pentru că $1\cdot9+9\cdot9=90$ nu este pătrat perfect. Numărul 1998 este special pentru că $1\cdot9+9\cdot8=9^2$. Rezultă că cel mai mare număr „*special*”, mai mic decât 2019 este 1998.

b) Dacă $\overline{abcd}$ este „*special*”, atunci existență unui număr natural n cu proprietatea $a\cdot c+b\cdot d=n^2$. Pentru că adunarea și înmulțirea numerelor naturale sunt operații comutative, rezultă că $a\cdot c+b\cdot d=b\cdot d+c\cdot a=$ $=d\cdot b+a\cdot c$, în concluzie dacă $\overline{abcd}$, este „*special*”, atunci și numerele $\overline{bcda}$, respectiv, $\overline{dabc}$, sunt „*speciale*”.

Problema 3. Patru cavaleri vestiți, Roland, Henric și părinții lor, Arthur și Lancelot, trebuie să traverseze un pod îngust peste o apă învolburată dintr-o pădure întunecată, având la dispoziție o singură făclie aprinsă, care mai putea arde două ore și 10 minute. Podul nu poate fi traversat decât de cel mult doi cavaleri odată și, pentru a evita pericolele, aceștia trebuie să poarte făclia aprinsă. Roland poate traversa podul în 10 minute, Henric în 20 de minute, Arthur în 50 de minute și Lancelot în 60 de minute. Ei s-au înțeles ca cel mai rapid să îl aștepte pe cel mai lent. Au reușit cei patru să traverseze podul înainte de-a se stinge făclia? (*justifică răspunsul*)

Florin Ștefan Marcu, Călărași

Soluție: Da au reușit. Dacă notez cei 4 cavaleri, în ordine cu R, H, A, L o variantă este următoarea: 1) Trec R și H în 20 minute. ;2) R se întoarce și dă făclia lui A și L în 10 minute.; 3) A și L trec în 60 minute și dau făclia lui B.; 4) H se întoarce în 20 minute. 5) R și H trec în 20 minute. Traversarea a durat 130 minute

Problema 4. Numerele naturale nenule se scriu într-un tabel. Primele șase linii ale tabelului sunt completate ca în desenul alăturat și regula de completare se păstrează pentru toate liniile care se scriu Precizează care este numărul scris la mijlocul *liniei* 2019 (*justifică răspunsul*).

linia 1				1			
linia 2			2	3	4		
linia 3				5			
linia 4		6	7	8	9	10	
linia 5				11			
linia 6	12	13	14	15	16	17	18

Sorin Furtună, Călărași

Soluție: În stânga și în dreapta coloanei centrale avem câte $1+2+3+...+1009=1009\cdot505$ numere. Primele

2018 linii ale tabelului conțin numerele de la 1 până la $1009 \cdot 1010 + 2018 = 1009 \cdot 1012$ numere, deci numărul scris la mijlocul *liniei* 2019 este $1012 \cdot 1009 + 1 = 1\,021\,109$.

Problema 5. **T**abelul din figura alăturată, conține 16 pătrățele, în care trebuie scrise numere de la 1 la 13. Toate numerele, cu excepția numărului scris în prima linie, trebuie scrise o singură dată.

a) Determinați numerele x pentru care suma numerelor de pe fiecare coloană a tabelului este aceeași.

b) Pentru unul dintre numerele determinate construiți un tabel cu proprietățile din enunț.

x	x	x	x

Relu Ciupea, Oltenița

a) Dacă tabelul arată ca în desenul alăturat, conform ipotezei, rezultă Considerăm tabelul de forma: Deoarece suma numerelor de pe fiecare coloană a tabelului este aceeași, avem egalitatea:

x	x	x	x
a_1	a_2	a_3	a_4
a_5	a_6	a_7	a_8
a_9	a_{10}	a_{11}	a_{12}

$x + a_1 + a_5 + a_9 = x + a_2 + a_6 + a_{10} = x + a_3 + a_7 + a_{11} = x + a_4 + a_8 + a_{12} = k$, k număr natural nenul.

Atunci suma numerelor scrise în cele 16 pătrățele va fi $3x + 91$ pe de o parte și $4k$, pe de altă parte.

Rezultă că $3x + 91 = 4k + 0$, deci numărul $3x + 91$ trebuie să se împartă exact la 4.

Valorile lui x pentru care acest lucru este posibil sunt: $3, 7, 11$ (obținem numerele $100, 112, 124$).

b)

7	7	7	7
13	1	4	10
5	8	6	9
3	12	11	2