CONCURSUL INTERNAȚIONAL „ION BARBU – DAN BARBILIAN”

Ediția a XXIII - a, Călărași, 27 octombrie 2018

Clasa a V–a

Problema 1. Preaputernicul calif al Bagdadului avea mai mulți fii și intenționa să le împartă toată averea sa, în număr de $\overline{abcabc}$ galbeni. El însă a uitat de promisiunea făcută fiilor săi, când a ascultat o poveste spusă de prințesa Șeherezada, și i-a promis prințesei câte $\overline{abc}$ galbeni pentru fiecare poveste pe care o va spune la castel.

a) Câte povești ar trebui să spună prințesa Șeherezada la castel, pentru a primi toată averea califului ?

b) Dacă preaputernicul calif al Bagdadului putea să împartă în mod egal toată averea fiilor săi, atunci indică trei numere naturale care să reprezinte numărul posibil al acestora?

prof. Florin Ștefan Marcu, Călărași

Problema 2. Un automat dă în schimbul unei bancnote de 5 euro monede de 1 euro sau monede de 1 euro și de 2 euro. Dacă în aparat era, dimineață, un număr impar de monede de 1 euro și, seara, se colectaseră bancnote de 5 euro în număr par, arătați că în aparat mai există cel puțin o monedă de 1 euro.

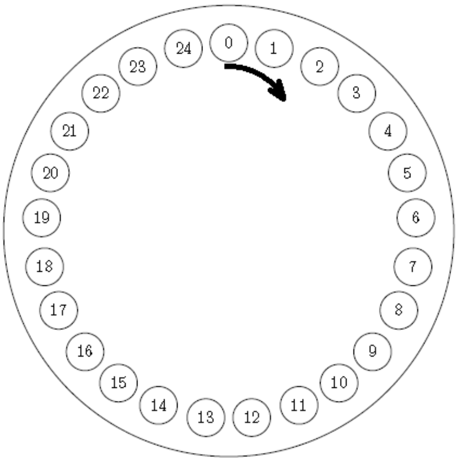
prof. Sorin Furtună, Călărași

Problema 3. Pe terenul de sport al unei școli este desenat (*vezi desenul alăturat*) un cerc mare și în interiorul lui 25 cercuri numerotate 0, 1, 2, …, 24 pe care elevii practică un joc care are următoarele reguli:

1. La start jucătorul este în cercul cu numărul 0 și trebuie să sară, în sensul acelor de ceasornic, în cercul cu numărul 3 sau în cercul cu numărul 4.

2. În fiecare pas al jocului, din cercul în care a ajuns trebuie să sară, în sensul acelor de ceasornic, în cercul care are numărul cu 3 sau cu 4 mai mare decât numărul cercul în care este.

3. Ca să câștige jocul, jucătorul trebuie să-și aleagă pașii jocului astfel încât, după ce parcurge de două ori circuitul, în ultimul pas să ajungă în cercul cu numărul 0.



De exemplu, dacă notăm numerele cercurilor prin care a trecut jucătorul, un traseu care are lungimea 13 pași este: 0, 3, 6, 10, 14, 18, 22, 1, 5, 9, 13, 17, 21, 0.

a) Dă exemplu de un traseu care are lungimea 14 pași. Pentru aceasta scrie, ca în exemplul prezentat, numerele cercurilor prin care trebuie să treacă jucătorul.

b) Determină numărul maxim de pași pe care poate să-l aibă un traseu câștigător ? (*justifică răspunsul*)

prof. Viorica Stoianovici

Problema 4. În total în 4 cutii se găsesc 97 mingi de 4 culori și mai multe mărimi. Se știe că oricum am lua 4 mingi, două din ele au aceeași mărime. Să se arate că există o cutie care conține 3 mingi de aceeași culoare și de aceeași mărime.

prof. Vasile Pop, Cluj-Napoca

Succes!

Barem de corectare: Problema 1. a) 4p, b) 3p; Problema 2. 7p; Problema 3. a) 3p, b) 4p; Problema 4. 7p.

INSPECTORATUL ȘCOLAR AL JUDEȚULUI CĂLĂRAȘI

MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE

CONCURSUL INTERNAȚIONAL „ION BARBU – DAN BARBILIAN”

Ediția a XXIII - a, Călărași, 27 octombrie 2018

Clasa a V–a

Problema 1. Preaputernicul calif al Bagdadului avea mai mulți fii și intenționa să le împartă toată averea sa, în număr de $\overline{abcabc}$ galbeni. El însă a uitat de promisiunea făcută fiilor săi, când a ascultat o poveste spusă de prințesa Șeherezada, și i-a promis prințesei câte $\overline{abc}$ galbeni pentru fiecare poveste pe care o va spune la castel.

a) Câte povești ar trebui să spună prințesa Șeherezada la castel, pentru a primi toată averea califului ?

b) Dacă preaputernicul calif al Bagdadului putea să împartă în mod egal toată averea fiilor săi, atunci indică trei numere naturale care să reprezinte numărul posibil al acestora?

prof. Florin Ștefan Marcu, Călărași

Soluție: a) $\overline{abcabc}=1001\cdot\overline{abc}$ (3p) $\overline{abcabc}:\overline{abc}=1001$(1p); **b)** $\overline{abcabc}=1001\cdot\overline{abc}=7\cdot 11\cdot 13\cdot\overline{abc}$, deci sultanul putea să aibă 7, 11, 13 … fii. (1p pentru fiecare număr scris corect)

Problema 2. Un automat dă în schimbul unei bancnote de 5 euro monede de 1 euro sau monede de 1 euro și de 2 euro. Dacă în aparat era, dimineață, un număr impar de monede de 1 euro și, seara, se colectaseră bancnote de 5 euro în număr par, arătați că în aparat mai există cel puțin o monedă de 1 euro.

prof. Sorin Furtună, Călărași

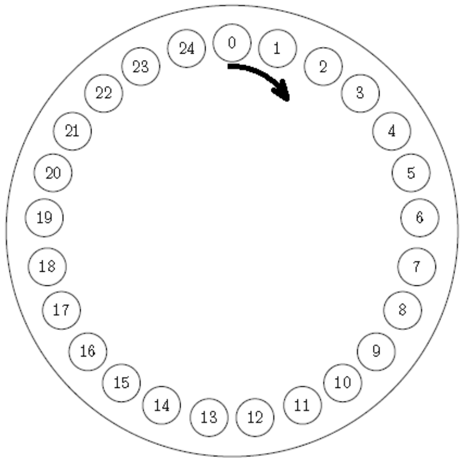
Soluție: Automatul dă în schimbul unei bancnote de 5 euro 5 monede de 1 euro sau 3 monede de 1 euro și una de 2 euro sau o monedă de 1 euro și două de 2 euro (2p). Observăm că în toate variantele numărul monedelor de 1 euro este impar și deoarece s-au introdus în automat bancnote de 5 euro în număr par, deducem că s-au furnizat monede de 1 euro în număr par, pentru că suma unui număr par de numere impare este un număr par.(3p) Cum în automat au fost dimineață monede de 1 euro în număr impar, rezultă, cu certitudine, că în automat a mai rămas cel puțin o monedă de 1 euro. (2p)

Problema 3. Pe terenul de sport al unei școli este desenat (*vezi desenul alăturat*) un cerc mare și în interiorul lui 25 cercuri numerotate 0, 1, 2, …, 24 pe care elevii practică un joc care are următoarele reguli:

1. La start jucătorul este în cercul cu numărul 0 și trebuie să sară, în sensul acelor de ceasornic, în cercul cu numărul 3 sau în cercul cu numărul 4.

2. În fiecare pas al jocului, din cercul în care a ajuns trebuie să sară, în sensul acelor de ceasornic, în cercul care are numărul cu 3 sau cu 4 mai mare decât numărul cercul în care este.

3. Ca să câștige jocul, jucătorul trebuie să-și aleagă pașii jocului astfel încât, după ce parcurge de două ori circuitul, în ultimul pas să ajungă în cercul cu numărul 0.



De exemplu, dacă notăm numerele cercurilor prin care a trecut jucătorul, un traseu care are lungimea 13 pași este: 0, 3, 6, 10, 14, 18, 22, 1, 5, 9, 13, 17, 21, 0.

a) Dă exemplu de un traseu care are lungimea 14 pași. Pentru aceasta scrie, ca în exemplul prezentat, numerele cercurilor prin care trebuie să treacă jucătorul.

b) Determină numărul maxim de pași pe care poate să-l aibă un traseu câștigător ? (*justifică răspunsul*)

prof. Viorica Stoianovici

Soluție: a) 0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 22, 1, 5, 9, 13, 17, 21, 0; (3p)**b)** Problema revine la a determina numărul maxim de pași de lungime 3 pe care poate să-i conțină un traseu. Din $50=3\cdot 16+2=3\cdot 15+5=3\cdot 14+2\cdot 4$, rezultă că lungimea maximă a unui traseu este de 16 pași. (1p pentru relația $50=3x+4y$ și 3p finalizare)

Problema 4. În total în 4 cutii se găsesc 97 mingi de 4 culori și mai multe mărimi. Se știe că oricum am lua 4 mingi, două din ele au aceeași mărime. Să se arate că există o cutie care conține 3 mingi de aceeași culoare și de aceeași mărime.

prof. Vasile Pop, Cluj-Napoca

Soluție: $97=4\cdot 24+1$, (2p)deci există o cutie care conține cel puțin 25 mingi; $25=4\cdot 6+1$,(1) deci în cutia care conține 25 mingi există cel puțin 7 mingi de aceeași culoare (1p); Se scot din cutie 7 mingi care au aceeași culoare. Luăm 4 dintre ele. Dacă printre ele nu sunt 3 de aceeași mărime le dăm pe cele două de aceeași mărime, pe care o numim în continuare M_1, deoparte. Lângă cele două mingi care au rămas se adaugă alte două mingi din cele trei rămase. Dacă printre ele nu sunt trei de aceeași mărime sau una de mărimea M_1, sunt posibile două situații. Două mingi de aceeași mărime M_2 și celelalte de aceeași de mărime M_3 sau două mingi de aceeași mărime M_2, una de mărime M_3 și una de mărime M_4. Lângă o minge cu mărimea M_1, una de mărimea M_2 și una de mărimea M_3, așezăm ultima minge rămasă. Aceasta, conform ipotezei, trebuie să aibă mărimea M_1 sau M_2 sau M_3. În concluzie, există o cutie care conține 3 mingi de aceeași culoare și de aceeași mărime.(3p)

Testul a fost alcătuit de prof. Gheorghe Stoianovici

Barem de corectare: Problema 1. a) 4p, b) 3p; Problema 2. 7p; Problema 3. a) 3p, b) 4p; Problema 4. 7p.