

# CONCURSUL INTERNAȚIONAL „ION BARBU – DAN BARBILIAN”

Ediția a XXII - a, Călărași, 28 octombrie 2017



## Clasa a V-a

**Problema 1.** Într-o sală de teatru, locurile pe scaun sunt distribuite astfel: în fiecare balcon sunt 6 locuri, iar sala are în stânga și în dreapta scenei câte 5 balcoane. În fața scenei, sus, în lojă, sunt trei rânduri cu 11 scaune fiecare. În sală, în primele 5 rânduri sunt câte 21 de locuri pe fiecare rând, apoi sunt 24 de rânduri cu câte 24 de scaune fiecare. Câte bilete pentru locurile pe scaun se pot vinde la un spectacol, dacă 12 locuri din sală se păstrează întotdeauna libere, din motive de siguranță?

**Problema 2.** Radu a auzit de la străbunica sa că unul dintre colțurile îndepărtate ale grădinii lor este fermecat. A săpat în acel loc și a descoperit o lampă asemănătoare cu lampa lui Aladin, din povești. A frecat lampa și, într-adevăr, un spiriduș a ieșit din ea spunând: „Băiete, ai o singură încercare! Dacă spui *hip* triplez banii pe care îi ai la tine, dacă spui *hop*, îi dublez, dacă spui *hup* adaug 100 lei. Le poți spune pe toate, *hip*, *hop* și *hup*, în ordinea dorită, dar fiecare numai o singură dată. Banii rezultați îi păstrezi, iar eu dispar pentru totdeauna!” Emoționat, Radu a spus repede: *hip*, *hop*, *hup*. A căutat apoi în buzunar și a descoperit 160 lei.

- Câți bani a avut Radu în buzunar, când a ieșit spiridușul din lampă?
- Care este ordinea în care trebuiau spuse formulele magice pentru ca Radu, cu aceeași bani în buzunar, să obțină cea mai mare sumă de bani posibilă? (*Găsește toate variantele posibile și justifică răspunsul.*)

**Problema 3.** Într-un sac sunt bile roșii, galbene și albastre. Pe fiecare bilă este scris câte un număr natural nenul, de cel mult trei cifre și nu există două bile diferite pe care să fie scris același număr. Sunt respectate următoarele reguli:

- Pe bilele roșii sunt scrise toate numerele naturale pare, de cel mult două cifre;
- Pe bilele galbene sunt scrise toate numerele de trei cifre, mai mici decât 650;
- Pe bilele albastre sunt scrise toate numerele naturale impare mai mari decât 650.

- Câte bile sunt în sac?
- Calculați suma tuturor numerelor scrise pe bilele din sac.

**Problema 4.** Trebuie să colorezi cele șase cerceuțe din figura alăturată și numite *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F* cu respectarea următoarelor reguli:

- Un cerc se colorează cu o singură culoare și folosești numai culorile verde, galben și maro.
- Oricare două cerceuțe consecutive, altfel spus perechile de cerceuțe (*A*, *B*); (*B*, *C*); (*C*, *D*); (*D*, *E*); (*E*, *F*); (*F*, *A*) sunt colorate în culori diferite.
- Cerceuțele *A*, *C*, *E* sunt colorate în culori diferite.
- Cerceuțele *B*, *D*, *F* sunt colorate în culori diferite.

Câte colorări diferite, cu respectarea regulilor 1., 2., 3., 4., se pot face. (*Justifică răspunsul.*)

Ⓐ

Ⓕ

Ⓑ

Ⓔ

Ⓒ

Ⓓ

**Problema 5.** Pe unele formulare data se scrie în următorul format: „numărul zilei din lună / numărul lunii / ultimele două cifre ale anului”. De exemplu data concursului la care participi astăzi, 28 octombrie 2017, se scrie 28/10/17 iar 1 ianuarie 2018 se scrie 01/01/18. O dată se numește „*interesantă*” dacă se poate scrie, în formatul menționat, folosind șase cifre consecutive, așa cum este 24/03/15 care reprezintă 24 martie 2015.

- Există date „*interesante*” în anul 2017? (*Justifică răspunsul.*)
- După ziua concursului de astăzi, care este prima dată „*interesantă*”? (*Justifică răspunsul.*)

**Problema 6.** Numerele naturale  $1, 2, 3, \dots, 45^2$ ; ( $45^2 = 45 \cdot 45 = 2025$ ) se scriu într-un tabel după regula arătată în desenul alăturat. Cu excepția numerelor scrise în prima linie (linia de jos în care sunt scrise numerele 1, 2, 9, 10 etc.) și a celor scrise în prima coloană (coloana din stânga noastră, cum ne uităm la tabel, în care sunt scrise numerele 1, 4, 5, 16 etc.) fiecărui număr scris în tabel îi punem în corespondență un număr numit *etichetă* care este suma dintre numărul numerelor scrise în stânga și numărul numerelor scrise dedesubt (de exemplu: *eticheta* lui 6 este numărul  $3=1+2$ , *eticheta* lui 11 este numărul  $4=3+1$ , *eticheta* lui 19 este numărul  $6=2+4$  etc.).

- Care este *eticheta* numărului 60?
- Calculează suma *etichetelor* numerelor  $3^2 - 1, 4^2 - 1, 5^2 - 1, \dots, 45^2 - 1$ .
- Care este *eticheta* numărului 2017?

37	38	39	40	41	42	43		
36	35	34	33	32	31	44		
17	18	19	20	21	30	45		
16	15	14	13	22	29	46		
5	6	7	12	23	28	47		
4	3	8	11	24	27	48		
1	2	9	10	25	26	49	50	

*Succes!*

**Barem de corectare: Problema 1. 15p; Problema 2. a) 8p, b) 7p; Problema 3. a) 5p, b) 10p; Problema 4. 15p; Problema 5. a) 5p, b) 10p; Problema 6. a) 3p, b) 6p; b) 6p. Se acordă 10 puncte din oficiu.**

# CONCURSUL INTERNAȚIONAL „ION BARBU – DAN BARBILIAN”

Ediția a XXII - a, Călărași, 28 octombrie 2017



## Clasa a V-a

**Problema 1.** Într-o sală de teatru, locurile pe scaun sunt distribuite astfel: în fiecare balcon sunt 6 locuri, iar sala are în stânga și în dreapta scenei câte 5 balcoane. În fața scenei, sus, în lojă, sunt trei rânduri cu 11 scaune fiecare. În sală, în primele 5 rânduri sunt câte 21 de locuri pe fiecare rând, apoi sunt 24 de rânduri cu câte 24 de scaune fiecare. Câte bilete pentru locurile pe scaun se pot vinde la un spectacol, dacă 12 locuri din sală se păstrează întotdeauna libere, din motive de siguranță?

**Soluție.** Locurile pe scaune sunt:  $(5+5) \cdot 6 + 3 \cdot 11 + 5 \cdot 21 + 24 \cdot 24 = 774$   
Numărul biletelor care se pot vinde este:  $774 - 12 = 762$

(10p)  
(5p)

**Problema 2.** Radu a auzit de la străbunica sa că unul dintre colțurile îndepărtate ale grădinii lor este fermecat. A săpat în acel loc și a descoperit o lampă asemănătoare cu lampa lui Aladin, din povești. A frecat lampa și, într-adevăr, un spiriduș a ieșit din ea spunând: „Băiete, ai o singură încercare! Dacă spui *hip* triplez banii pe care îi ai la tine, dacă spui *hop*, îi dublez, dacă spui *hup* adaug 100 lei. Le poți spune pe toate, *hip*, *hop* și *hup*, în ordinea dorită, dar fiecare numai o singură dată. Banii rezultați îi păstrezi, iar eu dispar pentru totdeauna!” Emoționat, Radu a spus repede: *hip*, *hop*, *hup*. A căutat apoi în buzunar și a descoperit 160 lei.

- Câți bani a avut Radu în buzunar, când a ieșit spiridușul din lampă?
- Care este ordinea în care trebuiau spuse formulele magice pentru ca Radu, cu aceeași bani în buzunar, să obțină cea mai mare sumă de bani posibilă? (*Găsește toate variantele posibile și justifică răspunsul.*)

**Soluție.**

- $160 - 100 = 60$  lei  
 $60 : 2 = 30$  lei

(3p)

$30 : 3 = 10$  lei (suma pe care avut-o Radu în buzunar, când a ieșit spiridușul din lampă)

(2p)

(3p)

- Petru darea comenzilor magice sunt șase posibilități : *hop*, *hup*, *hip*; *hop*, *hip*, *hop*; *hip* *hup*, *hop*; *hip*, *hop*, *hup*; *hup*, *hip*, *hop*; *hup*, *hop*, *hip* (5p)

Pentru a obține cea mai mare sumă de bani, 660 lei, trebuie date comenzile : *hup*, *hip*, *hop* sau *hup*, *hop*, *hip*. (2p)

**Problema 3.** Într-un sac sunt bile roșii, galbene și albastre. Pe fiecare bilă este scris câte un număr natural nenul, de cel mult trei cifre și nu există două bile diferite pe care să fie scris același număr. Sunt respectate următoarele reguli:

- Pe bilele roșii sunt scrise toate numerele naturale pare, de cel mult două cifre;
- Pe bilele galbene sunt scrise toate numerele de trei cifre, mai mici decât 650;
- Pe bilele albastre sunt scrise toate numerele naturale impare mai mari decât 650.

- Câte bile sunt în sac?
- Calculați suma tuturor numerelor scrise pe bilele din sac.

**Soluție.**

- Numerele de pe bilele roșii:  $2, 4, 6, \dots, 98 \Rightarrow 49$  bile  
Numerele de pe bilele galbene:  $100, 101, 102, \dots, 649 \Rightarrow 550$  bile  
Numerele de pe bilele albastre:  $651, 653, 655, \dots, 999 \Rightarrow 175$  bile  
În sac sunt 774 bile.

(1p)

(1p)

(1p)

(2p)

- $S_1 = 2 + 4 + 6 + \dots + 98 = 2450$

(3p)

$S_2 = 100 + 101 + 102 + \dots + 649 = 210\,925 - 4950 = 205\,975$

(3p)

$S_3 = (325 \cdot 2 + 1) + (326 \cdot 2 + 1) + (327 \cdot 2 + 1) + \dots + (499 \cdot 2 + 1) = (249500 - 105300) + 175 = 144375$

(3p)

$S = 2450 + 205975 + 144375 = 352800$

(1p)

**Problema 4.** Trebuie să colorezi cele șase cercelete din figura alăturată și numite A, B, C, D, E, F cu respectarea următoarelor reguli:

(A)

- Un cerc se colorează cu o singură culoare și folosești numai culorile verde, galben și maro. (F) (B)

2. Oricare două cercelete consecutive, altfel spus perechile de cercelete (A, B); (B, C); (C, D); (D, E); (E, F); (F, A) sunt colorate în culori diferite.

- Cerceletele A, C, E sunt colorate în culori diferite.

(E)

(C)

- Cerceletele B, D, F sunt colorate în culori diferite.

Câte colorări diferite, cu respectarea regulilor 1., 2., 3., 4., se pot face. (*Justifică răspunsul.*)

(D)

**Soluție.** 3. Pentru că cerceletele A, C, E sunt colorate în culori diferite, pentru colorarea lor sunt posibile 6 variante: VGM, VMG, GVM, GMR, MVG, MGV. (6p)

Dacă A, C, E sunt colorate VGM, atunci B se poate colora numai cu maro, D se poate colora numai cu verde și F se poate colora numai cu galben. (6p)

Sunt  $2 \cdot 3 = 6$  posibilități.

(3p)

**Problema 5.** Pe unele formulare data se scrie în următorul format: „numărul zilei din lună / numărul lunii /ultimele două cifre ale anului”. De exemplu data concursului la care participi astăzi, 28 octombrie 2017, se scrie 28/10/17 iar 1 ianuarie 2018 se scrie 01/01/18. O dată se numește „*interesantă*” dacă se poate scrie, în formatul menționat, folosind șase cifre consecutive, așa cum este 24/03/15 care reprezintă 24 martie 2015.

- a) Există date „*interesante*” în anul 2017 ? (Justifică răspunsul.)  
 b) După ziua concursului de astăzi, care este prima dată „*interesantă*”? (Justifică răspunsul.)

**Soluție.**

- a) Răspuns: nu. Datele „*interesante*” conțin 6 cifre consecutive. Datele în anul 2017 sunt de forma: .../.../17 (2p)  
 Înseamnă că ar trebui să folosesc toate cifrele de la 1 la 7, adică 7 cifre  $\Rightarrow$  nu există date „*interesante*” în anul 2017. (3p)
- b) Folosind justificarea de la punctul a), nu există date „*interesante*” în anii 2017, 2018, 2019. (1p)  
 În anul 2020, datele sunt de forma: .../.../20. Celelalte cifre sunt 1, 3, 4, 5 și nu pot forma luna. (1p)  
 În anul 2021, datele sunt de forma: .../.../21. Celelalte cifre sunt 0, 3, 4, 5 și nu pot forma zi și lună. (1p)  
 În anul 2022, datele sunt de forma: .../.../22. Nu există date „*interesante*” în anul 2022. (1p)  
 Prima dată „*interesantă*”, după ziua concursului de astăzi, 28/10/17, este 15/04/23. (6p)

**Problema 6.** Numerele naturale 1, 2, 3, ...,  $45^2$ ; ( $45^2 = 45 \cdot 45 = 2025$ ) se scriu într-un tabel după regula arătată în desenul alăturat. Cu excepția numerelor scrise în prima linie (linia de jos în care sunt scrise numerele 1, 2, 9, 10 etc.) și a celor scrise în prima coloană (coloana din stânga noastră, cum ne uităm la tabel, în care sunt scrise numerele 1, 4, 5, 16 etc.) fiecărui număr scris în tabel îi punem în corespondență un număr numit *etichetă* care este suma dintre numărul numerelor scrise în stânga și numărul numerelor scrise dedesubt (de exemplu: *eticheta* lui 6 este numărul  $3=1+2$ , *eticheta* lui 11 este numărul  $4=3+1$ , *eticheta* lui 19 este numărul  $6=2+4$  etc.).

- a) Care este *eticheta* numărului 60?  
 b) Calculează suma etichetelor numerelor  $3^2 - 1, 4^2 - 1, 5^2 - 1, \dots, 45^2 - 1$ .  
 c) Care este *eticheta* numărului 2017?

37	38	39	40	41	42	43		
36	35	34	33	32	31	44		
17	18	19	20	21	30	45		
16	15	14	13	22	29	46		
5	6	7	12	23	28	47		
4	3	8	11	24	27	48		
1	2	9	10	25	26	49	50	

**Soluție.**

- a) *Eticheta* numărului 60 este  $4+7=11$ . (3p)
- b) Observă că pătratele perfecte impare ( $n^2$ ) se află pe linia de jos și au în față  $n-1$  numere. Atunci numerele de forma  $n^2-1$ ,  $n$  impar, au *eticheta*  $(n-1) + 1 = n$ . (2p)  
 Observă că pătratele perfecte pare ( $k^2$ ) se află pe prima coloană și au dedesubt  $k-1$  numere. Atunci numerele de forma  $k^2-1$ ,  $k$  par, au *eticheta*  $(k-1) + 1 = k$  (2p)  
 Suma etichetelor numerelor  $3^2-1, 4^2-1, 5^2-1, \dots, 45^2-1$  este:  $3+4+5+\dots+45=1032$  (2p)
- c) Cel mai apropiat pătrat perfect de numărul 2017 este  $45^2=2025$ , care are la stânga 44 numere. (2p)  
 2017 se află pe aceeași coloană cu 2025 și are dedesubt 8 numere. (2p)  
*Eticheta* numărului 2017 este  $44+8=52$ . (2p)

*Succes!*

**Barem de corectare: Problema 1. 15p; Problema 2. a) 8p, b) 7p; Problema 3. a) 5p, b) 10p; Problema 4. 15p; Problema 5. a) 5p, b) 10p; Problema 6. a) 3p, b) 6p; b) 6p. Se acordă 10 puncte din oficiu.**