CONCURSUL INTERNAȚIONAL „ION BARBU – DAN BARBILIAN”

Ediția a XX - a, Călărași, 24 octombrie 2015

Clasa a VIII–a

P1. Dacă M este mulțimea numerelor naturale n cu proprietatea că $2\sqrt{2+\sqrt{4+n}}$ este număr natural, atunci arată că toate elementele mulțimii M sunt divizibile cu 3.

Viorica Stoianovici, Călărași

P2. Există numere x care nu sunt întregi, cu proprietatea: $x+\frac{2015}{x}=[x]+\frac{2015}{[x]}$? (justifică răspunsul)

(cu $[x]$ este notat cel mai mare număr întreg mai mic sau egal cu numărul real x)

Adriana Constantin, Călărași

P3. Găsește toate numerele reale $x\in(0,\infty)$ cu proprietatea: $\frac{x^2+4}{x}+\frac{x^2+8}{x+1}+\frac{x^2+12}{x+2}+\ldots+\frac{x^2+2016}{x+503}=2016.$

Adriana Olaru, Călărași

P4. În cele 5 vârfuri și în cele 5 mijloace de laturi ale unui pentagon convex sunt scrise numerele de 1 la 10 astfel ca pentru orice latură suma numerelor din capetele ei și a numărului din mijloc să fie aceeași: S. Să se determine cea mai mică și cea mai mare valoare pe care o poate lua S.

Vasile Pop, Cluj Napoca

P5. Fie O centrul cercului circumscris triunghiului ABC. Dacă $m(\measuredangle A)=60^\circ$, $AB<AC$, $M\in(AC)$, $MB=AB$ și O aparține interiorului triunghiului ABM, atunci arată că:

a) patrulaterul $OBCM$ este inscriptibil;

b) $OM=\frac{\sqrt{3}}{3}(2AB-AC)$.

Cristina Bornea, Călărași

P6. Fie M un punct interior triunghiului ABC și $MC\cap AB=\{C'\}$, $MB\cap AC=\{B'\}$. Notăm cu S_1, S_2, S_3 ariile triunghiurilor $C'MB$, $B'MC$, BMC.

a) Să se arate că $S_3^2>S_1\cdot S_2$.

b) Să se determine în funcție de S_1, S_2, S_3 aria patrulaterului $AC'MB'$.

Vasile Pop, Cluj Napoca

Succes

Barem de corectare: Problema 1. 4 puncte; Problema 2. 4 puncte; Problema 3. 4 puncte; Problema 4. 4 puncte; Problema 5. a) 2 puncte; b) 3 puncte; Problema 6. a) 3 puncte; b) 4 puncte.