CONCURSUL INTERNAŢIONAL ,,ION BARBU – DAN BARBILIAN"

Ediția a XX - a, Călărași, 24 octombrie 2015

Clasa a VI–a

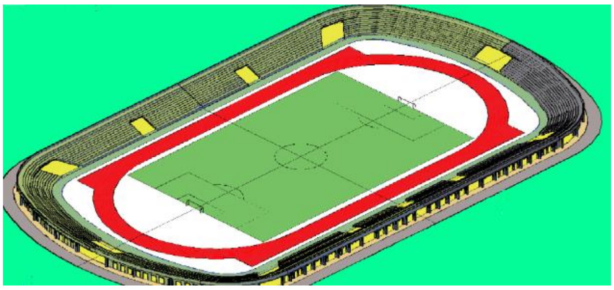
P1. a) Din mulțimea tuturor tripletelor de numere naturale consecutive, care sunt prime două câte două, determină tripletul format din cele mai mici trei numere a căror sumă este divizibilă cu 47.

b) Determină cele mai mici patru numere naturale consecutive a căror sumă este un număr natural de 4 cifre distincte format doar din cifrele numărului 2015.

c) Există o submulțime S a mulțimii $M = \{1, 2, 3, \ldots, 50\}$ care să aibă 43 de elemente și produsul elementelor sale să fie pătrat perfect? (justifică răspunsul)

Luminița Bucureșteanu și Sorin Furtună, Călărași

P2. Pe pista de atletism a stadionului din desenul alăturat aleargă, de plăcere, 53 de oameni. Toți aleargă în același sens și suma vârstelor celor 53 de alergători este 2015 ani. La un moment dat, nu există doi alergători la egalitate și ei sunt răspândiți pe toată lungimea pistei. Arată că, la acest moment, există cel puțin un alergător pentru care suma dintre vârsta lui, vârsta alergătorului plasat exact în spatele său și a celui care aleargă exact în fața sa este un număr mai mare decât 114.



Gabriela Ruse, Călărași

P3. O alee de lățime 1 metru și lungime n metri $(n \in \mathbb{N},\ n \geq 2)$ se pavează cu n plăci pătrate care au lungimea laturii de 1 metru, fiecare fiind albă sau neagră. O pavare este bună dacă pentru orice placă din cele n, placa din dreapta ei este neagră sau placa din stânga ei este albă (*vezi desenul alăturat*). Câte pavări bune se pot face pentru un n dat?

Vasile Pop, Cluj Napoca

P4. Dacă a este un număr natural par iar b este un număr natural impar astfel încât $a > b \geq 3$, $a + b \mid ab + 1$ și $a - b \mid ab - 1$, arătați că $a^2 \leq 2(b^2 - 1)$.

Gheorghe Stoianovici, Călărași

Succes

Barem de corectare: Problema 1. a) 2 puncte; b) 2 puncte; c) 3 puncte; Problema 2. 7 puncte; Problema 3. 7 puncte; Problema 4. 7 puncte.