CONCURSUL INTERNAŢIONAL „ION BARBU – DAN BARBILIAN"

Ediţia a XIX - a, Călăraşi, 25 octombrie 2014

Clasa a VIII–a

Problema 1. Dacă $x, y, z \in \mathbb{R}$ cu proprietățile $x \neq y, x^2 + y^2 + z^2 = 1$ și $xy + yz + zx = -\frac{1}{2}$, atunci arătați că: $x^2 + y^2 > \frac{1}{3}$.

Adriana Olaru, Călăraşi

Problema 2. Dacă $\{a_1, a_2, a_3, \ldots, a_{11}\} \subset \left[\sqrt{2}, \sqrt{2}+1\right] \cap \mathbb{Q}$, arătați că există $i, j \in \{1, 2, \ldots, 11\}$, $i \neq j$ astfel încât $\left|a_i - a_j\right| < \frac{1}{10}$.

Gabriela Ruse, Călărași

Problema 3. Găsiți toate numerele $a, b, c, d \in \mathbb{N}$ cu proprietățile: $ad = b^2 + bc + c^2$ și $a^2 + b^2 + c^2 + d^2$ este număr prim.

Gheorghe Stoianovici, Călăraşi

Problema 4. Determinați toate numerele naturale n cu proprietatea că numărul n^2 are exact n divizori numere naturale.

Adriana Constantin, Călăraşi

Problema 5. Fie $ABCD$ un paralelogram care are aria egală cu 3 și două puncte M, N, în interiorul său, astfel încât triunghiurile AMB, MBN, BCN, CND, DNM şi DMA au ariile egale cu $\frac{1}{2}$. Să se arate că $M, N \in (AC)$ și $AM = MN = NC$.

Vasile Pop, Cluj Napoca

Problema 6. Triunghiul ABC are proprietatea $AB < AC$ și cu I este notat centrul cercului înscris în triunghi. Dacă $BI \cap AC = \{D\}$ și $CI \cap AB = \{E\}$, arătați că $m(\measuredangle BAC) = 60^\circ \Leftrightarrow IE = ID$.

Cristina Bornea, Călărași

Succes

Barem de corectare: Problema 1. 4 puncte; Problema 2. 4 puncte; Problema 3. 3 puncte; Problema 4. 3 puncte; Problema 5. a) 4 puncte; b) 3 puncte; Problema 6. 7 puncte.